УДК 314.5+519.622.2+519.876.2+004.942+316.62+316.42+316.47+314.04

Чуйко Г. П., Дворник О. В., Алімова М. Ф.

ДЕСТАБІЛІЗАЦІЯ ПАРНИХ СОЮЗІВ ТА МОЖЛИВІ ШЛЯХИ ЇЇ ПОДОЛАННЯ ЯК ФАКТОР СОЦІАЛЬНОЇ БЕЗПЕКИ

Засобами системи комп'ютерної математики Maple здійснено застосування простої версії другого закону термодинаміки для моделювання кінетики парних відносин. Математична модель враховує раціональне планування моногамною парою довгострокових стосунків з урахуванням зусиль щодо їх збереження. Показано, що такі пари можна розглядати як спостережувану динамічну систему, яка піддається контролю (керуючим впливам). Також показано, що за деяких умов можливі такі стратегії прикладання зусиль партнерами, котрі забезпечують тривалість парних союзів, яка може бути однією з важливих умов соціальної стабільності.

Ключові слова: *парні стосунки, відносини, союз, шлюб, другий закон термодинаміки, соціальна стабільність.*

Средствами системы компьютерной математики Maple применена простая версия второго закона термодинамики для моделирования кинетики парных отношений. Математическая модель учитывает рациональное планирование моногамной парой долгосрочных отношений с учетом усилий по их сохранению. Показано, что такие пары можно рассматривать как наблюдаемую динамическую систему, поддающуюся контролю (управляющим влиянием). Также показано, что при определенных условиях возможны такие стратегии приложения усилий партнерами, которые обеспечивают продолжительность парных союзов, которая, в свою очередь, может быть одним из важнейших условий социальной стабильности.

Ключевые слова: *парные отношения, союз, брак, второй закон термодинамики, социальная стабильность.*

A simple version of the second law of thermodynamics was used for modeling the kinetics of dating relationships by computer mathematics Maple. The mathematical model takes into account the rational planning of long-term monogamous relationships in couples with efforts to conserve them. It is shown such couples can be considered as the controllable observed dynamic system (manager influence). It is also shown the strategy of making efforts by partners to provide long couple unions are possible under certain conditions, which, in turn, may be one of the most important conditions for social stability.

Key words*: relationships, couple relationships, union, dating, marriage, second law of thermodynamics, social stability.*

Постановка проблеми. Негаразди у парних відносинах включно з їхніми розривами (розлученнями) є загальним явищем, зокрема в західних суспільствах, які практикують моногамні союзи. Вказаний факт формує серйозні наукові та соціологічні проблеми як в теоретичному, так і в терапевтичному аспектах, і які можуть бути пояснені в термінах другого закону термодинаміки. А саме, парні взаємини потрібують зусиль для їхньої підтримки, тобто керуючих випливів. Система комп'ютерної математики Maple дозволяє адаптувати просту версію другого закону термодинаміки для моделювання кінетики парних відносин та подальшого погодження результатів такого моделювання із соціологічними даними. Показано, що за схожих емоційних атрибутів партнерів по союзу, наявність оптимальної стратегії прикладання зусиль забезпечує тривалі гармонійні стосунки, як одну з основних умов соціальної стабільності. Втім така стратегія є вразливою до структурної дестабілізації, зумовленої комбінацією двох факторів. По-перше, можливі провали в зусиллях, через те, що необхідність докладати такі зусилля завжди спричиняє певний дискомфорт. По-друге, існує тенденція щодо зниження зусиль до небезпечних рівнів завдяки нестабільності самої кінетики відносин. Ці математично враховані в моделі фактори розкривають механізм, здатний керувати часовим процесом відносин

у реальних сценаріях незворотного процесу руйнування пар.

Аналіз досліджень і публікацій. Парні стосунки, наприклад, «романтичної природи», звичайно вважаються основним компонентом урівноваженого щасливого життя в західних країнах [1; 2]. Соціологічні опитування на предмет того, що саме респонденти вважають необхідним для щастя свідчать, що вони звичайно надають перевагу «коханню» або «близьким стосункам» [3; 4; 5]. Можна стверджувати, що жоден інший аспект людського життя не містить у собі так багато культурних, соціологічних, психологічних або економічних проблем. Якщо початкова стадія «романтичних» стосунків управляється швидше за все біохімічними процесами [6], то проблема сталої підтримки гармонійних парних взаємин, імовірніше, належить до галузі раціональних рішень. Люди звичайно беруть участь у тривалих стосунках типу шлюбів тільки після належного розгляду наслідків. У домінуючому євроатлантичному сценарії послідовної моногамії шлюбні пари загалом заявляють наміри зробити їхні взаємини остаточними і бути щасливим разом назавжди. Втім високі норми розлучень, масово реєстровані в Європі й у Сполучених Штатах, частіше демонструють невиконання заявленої програми та взятих зобов'язань. Феномен руйнування пар розглядається в США як епідемія, де статистика «кожна друга пара закінчує розлученням» щоразу цитується як мас-медіа, так і академічними звітами. Середня норма розлучень в Європейському Союзі (ЄС) не надто нижче цієї статистики, а деякі країни Європи демонструють і вищі норми розлучення. До того ж, статистичні дані стосовно формально неодружених пар зображують ще гіршу картину щодо розривів відносин.

Обґрунтування зросту шлюбної нестабільності у двадцятому сторіччі дослідниками у різних галузях здійснюється переважно економічними причинами, які нібито «зірвалися з ланцюгу» після помітного нівелювання в розподілі видів праці поміж суб'єктами пари [7; 8]. Втім, ця причина не може пояснити руйнування шлюбів, яке спостерігається в останні десятиріччя, і яке є невпинним і повсюдним [9]. Дійсно, не зрозуміло, чому так багато пар у наші дні розлучаються, у той час як деякі інші не роблять цього [10]. Таке розуміння має першорядну вагу, бо суспільні зміни, зумовлені руйнуванням шлюбів, глибоко впливають на соціальну структуру сучасних західних суспільств так само, як і на якість життя їхніх членів. Той факт, що у більшості пар обидва взаємодіючі партнери планують довгі стосунки і беруть зобов'язання працювати для цього, виразно контрастує з повідомленнями про високі норми розлучень. Зазначений контраст позначається в цій роботі як «парадокс відмови» [1]. Згідно з [10], область шлюбних досліджень потребує формалізованої теорії, яка повинна запропонувати послідовне пояснення для «парадоксу відмови»

Зважаючи на повсюдність феномена розриву пари, видається доцільним пошукати поза специфічними дефектами у взаєминах пари і віднайти натомість основний детерміністичний механізм, визначальний для розривів. Базуючись на соціологічних даних, можна запропонувати математичну модель, враховуючи раціональне планування моногамною парою довгострокових стосунків. Моногамія – це найзагальніший вид «сентиментальної» співпраці в західних суспільствах [12; 13]. Модель, яка розвиватиметься надалі в роботі, фактично вимагає лише слабкої форми моногамії [1]. Еволюцію цієї форми взаємовідносин буде описано диференціальним рівнянням, заснованим на другому законі термодинаміки і застосованим до парної взаємодії.

Другий закон термодинаміки стверджує, що стосунки в парі неодмінно псуватимуться, скільки б «енергії» не вкладалося в них. Цей загальновідомий факт дозволяє моделювати відносини, як проблему контролю за системою з «енергією» у формі спільних зусиль для збереження стосунків або шлюбу. «Енергія» тут відіграє роль контролюючої змінної. Теорія оптимального контролю вже була екстенсивно використана у прикладних науках, наприклад, для інжинірингу, або економіки, вона вдало застосована також до проблеми парних стосунків [1]. Зазвичай приймається очевидним, що тривалі парні взаємини не можливі без деяких зусиль, однак, часто виявляється, що рівень таких зусиль, які забезпечують утримання щасливих взаємин, завжди більший, ніж рівень зусиль, який був би вибраний оптимальним апріорно (тобто, якщо враховувати лише наявний початковий стан стосунків). Результати роботи сприяють вирішенню «парадоксу відмови»: за другим законом, оптимальний проект тривалого щасливого взаємного життя сумісний із його динамічною нестійкістю і, своєю чергою, з його ймовірним розривом. Цей результат демонтує «парадокс відмови», оскільки вказує, що на реальні парні взаємини впливають численні джерела нестійкості і невпевненості. Також, результати моделювання дозволяють оцінити частоту прикладання зусиль для утримування довгострокових стосунків життєздатними і добрими. Фактично модель дозволяє оцінити оптимальні дії типу «максимальні зусилля» на критичних часових інтервалах взаємовідносин у парі. Варто відмітити, що запропонована модель дозволяє аналізувати складові, що відповідають лише на питання типу «як?», але не призначена для пошуку спектру відповідей на питання типу «чому?».

Метою цієї роботи є створення простої математичної моделі кінетики парних союзів, яка дозволить комп'ютерні експерименти у цій сфері, як однієї з складових соціальної стабільності та безпеки.

Виклад основного матеріалу. Автори [14] використали соціологічні та демографічні дані за 1985 рік, щоб показати, що у межах діапазону 40 років, два з трьох шлюбів у США закінчуються сепарацією або розлученням. Ця пропорція може ще бути не досягнута, але дані за 2002 рік показують, що американці вже не далекі від цього. Приблизно 50 % осіб, яким трохи за 40 років, вже розлучалися, як мінімум один раз [15]. Виявляється, що показник у 50 % є тільки трохи вище, ніж середня норма (44 %) розлучень в ЄС у 2005 році, а у деяких європейських країнах вона сягає 71 % [16]. Цифри зростуть, якщо включити формально не одружені пари, хоча такі дані надзвичайно важко отримати. Недавнє вивчення [17] показало, що не оформлене шлюбом співжиття є завжди менш стійким, ніж традиційні шлюби. Автори повідомляють, що 49 % таких позашлюбних союзів розпадаються протягом перших 5 років (і 62 % після 10 років спільного життя), тоді як лише 20 % шлюбів закінчені сепарацією або розлученням у межах перших 5 років (33 % після

10 років). Тому перший постулат може формулюватися таким чином:

Твердження № 1: Існує епідемічний крах у шлюбних (парних) стосунках.

Ця загальновідома нестійкість стосунків ніяк не співвіднесена з істотною втратою довіри до інститутів шлюбу або парного співжиття як головних складових особистого щастя. Навпаки, люди масово наголошують, що добрі «сентиментальні» стосунки – це перший елемент, на якому потрібно будувати щасливе життя [1; 2]. Більше того, вони все ще продовжують бажати такого партнерства на решту свого життя, що формується наступним твердженням:

Твердження № 2: Пари звичайно замислюють стосунки як такі, що є головним елементом в їхньому прагненні щастя. Крім того, більшість із них сподівається, що їхні власні стосунки не зруйнуються.

Доступні дані підтримують твердження № 2.За результатами опитувань студентів коледжу в США [18], 78 % респондентів серед елементів, який зробив би їх найщасливішими, обрали такий, який був описаний як: «закоханість і перебування в любові з вашою ідеальною «половинкою». Під час національного опитування в США [19], 93,9 % опитаних подружніх пар вважали їхні шанси на розлучення або сепарації низькими (19,9 %) або дуже низькими (74 %), у той час, як 81,1 % неодружених респондентів відповідали інакше – 32,4 % (низькі шанси) і 47,7 % (дуже низькі шанси). Однак, не зважаючи на визнану високу вірогідність розлучення, величезна більшість людей думають, що їхнє власне подружжя не зламається. У дійсності ж твердження № 1 та № 2, розглянуті спільно, формують очевидний парадокс. Згідно з даними, цитованими вище, щойно сформована пара на 90 % впевнена, що її власні взаємовідношення продовжуватимуться дуже довго. Проте реальні шанси руйнування пари після 5 років співжиття дорівнюють 50 %, а після 10 років таке руйнування взагалі значно більш ймовірно, ніж те, що вони залишаться разом. Цей факт міг би формалізуватися в «парадоксі відмови», яке вказано нижче:

«Парадокс відмови»: як може бути так, що «сентиментальні» стосунки, заплановані назавжди, руйнуються з високою ймовірністю?

Модель, запропонована нижче, показує, що, за умови деяких правдоподібних припущень, твердження № 1 та № 2 все ж сумісні. Розглянемо ще одне твердження:

Твердження № 3: Руйнування пари – це результат поступового процесу деградації. Суб'єктивний добробут партнерів послідовно знижується після початку шлюбу (стосунків).

Доступні дані підтримують і це твердження. Згідно з висловлюванням 80 % всіх чоловіків і жінок, які були опитані в проекті посередництва під час розлучення у Каліфорнії, головна причина їхнього розлучення була у «поступовому зростанні відчуження і втраті змісту у близькості», – за збереження можливості залишатися разом, але емоційно розщепленими, тобто, доки така самотність не стала непереносною [20].

Хоча вважається, що шлюб (близькі парні стосунки) забезпечує вищий рівень щастя, ніж самотність [2], [21], середня оцінка задоволення власним життям серед одружених знижується протягом подружнього життя. Цей факт підтримується недавніми дослідженнями [22], а також [23].

1. Модель. Проста кінетична модель сформульована далі, враховує сценарій, описаний вище. Сутність моделі полягає у двох ключових припущеннях, а саме:

– дієвості та коректності застосування другого закону термодинаміки, що обговорюватиметься в п. А 2 нижче;

– плануванні парою тривалих стосунків, вірогідно підтвердженому положенням № 2, наведеним вище.

Ці припущення, спільно з припущенням відносно слабкої моногамії (див. п. А 1 нижче) дозволяють розглядати стосунки в парах як задачу контролю системи.

Моделювання починається (момент відліку часу: $t = 0$) тоді, коли «романтичний» період стосунків вже позаду, і почуття партнерів щодо їх взаємних відносин мають пікове значення (ймовірно, цей момент співпадає або близький до моменту прийняття взаємних зобов'язань). У початковий час ($t \geq 0$), два партнери, маючи інтенсивні почуття один до одного, домовляються про заснування пари і слідування необхідним компромісним діям, аби гарантувати довге спільне майбутнє. У моделі додатково приймаються такі припущення:

п. А 1. – припущення слабкої моногамії: обидва партнери розділяють одні й ті ж підходи згідно з положеннями моделі. Іншими словами, пара завжди є єдиним цілим у проблемі планування свого подружнього майбутнього. Це припущення передбачає, що параметри, змінні і стратегія зусиль, визначені в моделі, всі загалом стосуються пари, яка сформована двома подібними особами. Той факт, що більшість людей прагне спрямовувати свої почуття на осіб, які розділяють ті ж погляди що й вони самі, давно визнаний у науковій літературі [6], [12], [24; 25; 26]. Тому припущення А 1 є найчастіше загальним правилом, а не виключенням. У строгих термінах модель вимагає лише схожості в емоціях, а не в структурі особистостей, поміж двома партнерами, які формують подружжя [26].

п. А 2. – другий закон термодинаміки парних відносин:існує загальна тенденція послідовного згасання початкового почуття один до одного. Цей різновид інерції потребує нейтралізації методами психології емоціональних процесів.

У науковій літературі спостерігається загальний консенсус щодо цього: [6], [10], [27; 28]. Визнання п. А 2 як закону походить від [10], де згасання почуттів пояснюється як «щось подібне до другого закону термодинаміки для шлюбних взаємин: час розділяє пари, скільки б енергії не витрачалося, щоб утримувати взаємні стосунки життєздатними і добрими».

Для того, щоб перекласти п. А 2 на мову математики, визначимо позитивну змінну $x(t) \geq 0$, яка визначає стан взаємних стосунків пари в момент часу $t \geq 0$, а також характеризуватиме взаємні почуття і може розумітися як (спільний) рівень почуття, котре партнери мають один до одного на конкретний момент часу. Змінна $x(t)$ визначає якісний рівень взаємовідношень. Конкретні величини $x(t)$ не мають значення, але рівень

почуття в різні моменти часу (t_1, t_2) можна порівнювати відповідно до того, як співвідносяться величини: $x(t_2) \le x(t_1)$, або, навпаки, $x(t_2) \ge x(t_1)$. У початковий момент часу $t = 0$ взаємні почуття $x(0) = x_0$ вважаються такими, що мають високий рівень. Також припускається, що рівень взаємних почуттів стає незадовільним, коли величина $x(t)$ падає нижче певного критичного значення $x_{\min} > 0$, яке змінюється як від пари до пари, так і з часом спільного життя.

Згідно з п. А 2, інерція згасання почуттів може нейтралізуватися роботою над взаємними стосунками. Така робота (зусилля) визначається позитивною змінною $c(t) \ge 0$ – змінною прикладених зусиль, і яка вважається безперервною, принаймні на окремих інтервалах часу. Контекст $c(t)$ включає будь-яку щоденну побутову практику, яка призначена для підкріплення взаємних стосунків у конкретній парі. Наприклад, терапевти пропонують спільні конструктивні дії (розгляд питань, активні слухання, спільне планування тощо), і толерантність відносин (сприйняття недоліків партнерів, забезпечення конфіденційності в парі, повага до відмінності смаків та звичок), якщо називати лише деякі серед відомих методів [6], котрі рекомендуються фахівцями [28]. Важливість як пасивних, так і активних зусиль (пожертв), та їхня користь для утримання взаємовідносин, давно і широко визнані в науковій літературі [29]. Проста версія другого закону може бути записана за допомогою змінних, які характеризують почуття та зусилля задля їх збереження, як таке диференціальне рівняння:

$$S(t) = \frac{d}{dt}x(t) = -rx(t) + ac(t), \quad (1)$$

де коефіцієнти $r > 0$, $a > 0$; a – амплітуда зусиль, r – параметр (константа) швидкості розпаду. Початковий рівень почуттів пари $x(0) = 1$ приймається за одиницю відліку (нормування рівня почуттів) у вигляді початкової умови для рівняння (1).

У відповідності до уведених визначень змінних та коефіцієнтів, динамічна система побудована на диференційному рівнянні, яке потребує подальшої трансформації у простір станів, в якому вона описуватиметься двома рівняннями:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \mathbf{a}x(t) + \mathbf{b}u(t), \quad (2)$$

$$y(t) = \mathbf{c}x(t) + \mathbf{d}u(t), \quad (3)$$

де фігурують такі вектори та матриці:

- $u(t)$ – вхідний сигнал системи, $(p \times 1)$-вектор;
- $y(t)$ – вихідний сигнал системи, $(m \times 1)$-вектор;
- $x(t)$ – вектор стану системи, $(n \times 1)$-вектор;
- $\mathbf{a}$ – системна матриця, $(n \times n)$-матриця;
- $\mathbf{b}$ – вхідна матриця, $(n \times p)$-матриця;
- $\mathbf{c}$ – вихідна матриця, $(m \times n)$-матриця;
- $\mathbf{d}$ – системна матриця, $(m \times p)$-матриця.

Модель кінетики парних відносин у просторі станів передбачає таке:

– $u(t) = c(t)$ – вхідна змінна у вигляді зусиль, вкладених для збереження союзу;

– $x(t) = x_1(t) = y(t)$ – вхідна змінна, яка одночасно є змінною, що характеризує стан системи (відносин, шлюбу);

– $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d})$ – матриці стану, які мають розмірність (1×1), тобто є просто скалярами (числами), причому: $\mathbf{a} = -r$, $\mathbf{b} = a$, $\mathbf{c} = 1$, $\mathbf{d} = 0$.

Перевірка системи, яка задається рівняннями (2) і (3), на контрольованість та спостережуваність у просторі станів командами, вбудованимив Mapley вигляді системного пакету «DynamicSystems», показала, що система є:

– контрольованою за умови, що амплітуда зусиль відмінна від нуля $a \ne 0$;

– спостережуваною.

За умови $c(t) = 0$, або $a = 0$, тобто за повної відсутності прикладання зусиль, рівняння (1) передбачає, що функція $x(t)$ постійно згасає, причому тим швидше, чим більшою є константа розпаду r, яка є специфічною характеристикою для кожних парних стосунків (шлюбу), і яка є мірою згасання сили почуттів з часом. Диференціальний закон (закон розпаду) давно відомий як такий, що керує низкою природних і суспільних явищ. Фактично, його дискретна версія використовувалася в [10] для опису базової еволюції поведінки партнера в некерованих короткострокових шлюбних взаємодіях. Рівняння (1) за умови $c(t) = 0$ – перша працююча гіпотеза щодо закономірностей згасання почуттів (зауважимо, що цей закон повністю подібний до закону радіоактивного розпаду атомних ядер).

Зусилля $c(t)$ враховуються в рівнянні (1) як фактор оновлення союзу і нейтралізації явища згасання почуттів. Параметр $a \ge 0$ вказує на ефективність зусиль. Вибір плану зусиль, тобто конкретного вигляду функції $c(t)$, визначає ту чи іншу еволюцію почуття, яка описується рішенням рівняння (1) для функції $x(t)$. З рівняння (1) видно, що функція $x(t)$ змінюється з часом досить гладко, за виключенням точок або інтервалів часу, в яких функція зусиль $c(t)$ потерпає розриви або має сингулярності.

Інтенсивність зусиль $a \ge 0$, та їхній план $c(t)$, можуть регулюватися партнерами по парному союзу, на відміну від величини ірраціональної змінної $x(t)$, на яку вони не здатні впливати безпосередньо, але тільки через зусилля $ac(t)$. Раціональна природа функції зусиль, тобто змінної $ac(t)$ дозволяє інтерпретувати її як контролюючу змінну в сценарії теорії оптимального контролю [30]. У такому підході контрольована змінна – тобто змінна стану системи – це $x(t)$, а рівняння (1) є рівнянням стану системи, яке пов'язує обидві змінні.

2. Комп'ютерні експерименти з моделлю. Загальне рішення диференціального рівняння (1) за методом Лапласа має вигляд функції трьох змінних:

$$x(r,a,t)=e^{-tr}+a\int_0^t c(s)e^{-r(t-s)}ds, \qquad (4)$$

де s – деяка змінна, яка з'являється внаслідок перетворення Лапласа, і яка має розмірність часу t. Надалі розглянуто декілька простих стратегій прикладання зусиль - планів $c(s)$ та їхнього впливу на якість довготривалих парних стосунків. У контексті поняття плану зусиль надалі під s_0 розумітиметься характернийчас затримки прикладання зусиль.

2.1. Модель з нульовими зусиллями на вході. Визначається нульовим значенням функцію зусиль $c(s)$ або нульовою амплітудою зусиль $a=0$. Рішення рівняння (4) спрощується до відомого закону, який керує як радіоактивним розпадом атомних ядер, так і втратами живої сили під час воєнних дій:

$$x_0(r,t)=e^{-tr}. \qquad (5)$$

Для оцінки параметру швидкості розпаду (r) використано співвідношення цієї константи та характерного часу напіврозпаду (T), який задає інтервал часу протягом котрого розпадається половина всіх парних стосунків (шлюбів), створених у певний (нульовий) момент часу:

$$r=\frac{\ln(2)}{T}\approx\frac{0.693}{T}. \qquad (6)$$

На рис. 1 показано закон розпаду (5) і, відповідно, три кривих часової деградації якості парних стосунків за умови різних констант розпаду (періодів напіврозпаду): $T_1=15$ років, $T_2=10$ років, $T_3=7$ років.

Для подальшого моделювання використовуватиметься період напіврозпаду $T\approx10$ років, який приблизно відповідає статистичним даним роботи [1]. Відповідно, $r\approx0.0693$.

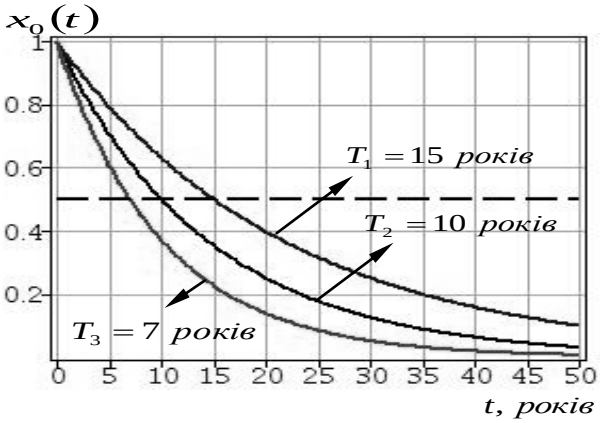

Рис. 1. Парні стосунки як функція часу за (5) за умови нульової стратегії зусиль при різних значеннях періоду напіврозпаду (T)

Рис. 2. Ймовірність розриву стосунків як функція часу за умови нульових зусиль щодо його збереження

Критичною межею можна вважати значення $x(t)\le0.5$, оскільки, досягнувши такого рівня стосунків, шанси в пари або подружжя розпастися починають перевищувати шанси залишитися разом. Як видно з рис.1, розрив шлюбу в такому випадку – це лише справа часу. Навіть у перші 5 років таких взаємин розпадуться від 20 % до 40 % союзів, причому ймовірність розлучення безперервно зростає з часом і до моменту «золотого весілля» (50 років разом) дотягне не більше трьох пар із кожної сотні (рис. 2).

2.2. План стабільних зусиль сталої амплітуди, можливо, розпочатих із деяким запізненням. Якщо зусилля розпочинаються з деяким запізненням відповідно до початкового моменту і їхній план зображується функцією Хевісайда H:

$$c(s)=H(s-s_0), \qquad (7)$$

то рішення кінетичного рівняння (4) виглядатиме:

$$x_1(a,t,s_0)=e^{-0.0693t}+a\begin{bmatrix}14.43H(t-s_0)-14.43H(t-s_0)\cdot\\ \cdot e^{-0.0693t+0.0693s_0}+14.43H\cdot s_0\cdot e^{-0.0693t}-\\ -14.43H\cdot s_0\cdot e^{-0.0693t+0.0693s_0}\end{bmatrix}. \qquad (8)$$

Другий доданок у (4), як функція зусиль $(ac(t))$, визначається амплітудою зусиль a і планом зусиль $c(s)$, який, у свою чергу, залежить від часу затримки s_0 (7). Функцію зусиль $ac(s)$, яка по суті є планом стабільних зусиль за умови малої амплітуди, показано на рис. 3.

Як видно з рис. 3 та рис. 4 такий план прикладання зусиль здатний стабілізувати парні стосунки на перспективу не нижче деякого рівня, наприклад, 70 % від початкового. Втім такий висновок коректний лише за умов, що план здійснюється без суттєвого запізнення в часі, тобто такого запізнення, яке перевищує середній період напіврозпаду союзу ($T\approx10$ років), і з певною амплітудою зусиль, вище деякого критичного значення $a=0.05$(рис.4). Ймовірність розпаду союзу, в якому здійснюється план зусиль, заданих графіком на рис. 3 та амплітудою $a=0.05$, наведено на рис. 5.

Як видно з рис. 6 амплітуда зусиль a зі збереження парного союзу має велике значення: зменшення амплітуди на 20 % в перспективі знижує якість союзу майже на 15 %. За малих амплітуд зникає ефект стабілізації якості союзів у перспективі, який видно на верхній кривій рис. 6 (крива 1) і явно відсутній на нижній кривій (крива 4).

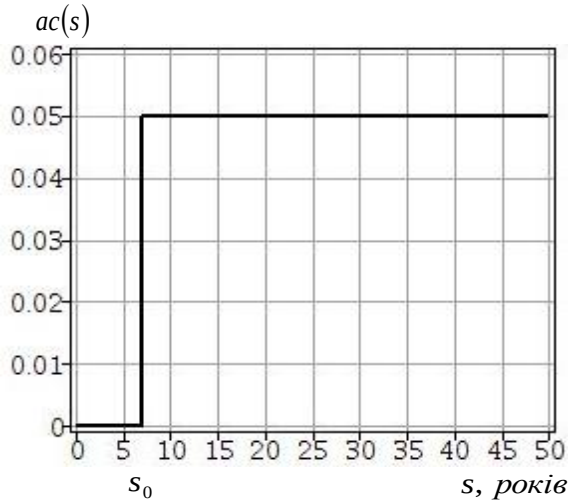

Рис. 3. План стабільних у часі зусиль, розпочатих із запізненням у сім років $(s_0 = 7)$ з амплітудою зусиль $a = 0{,}05$

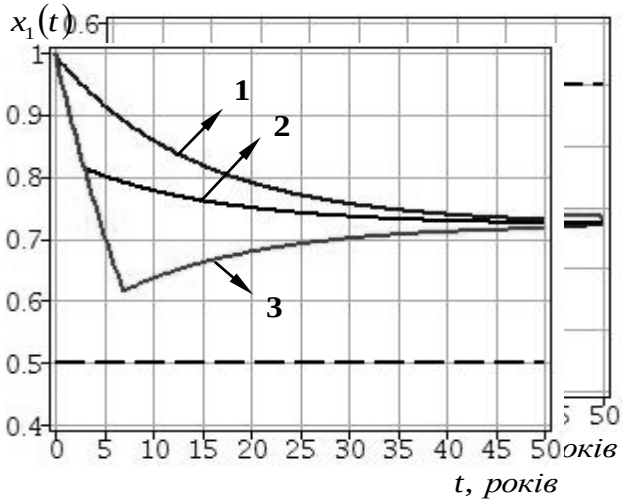

Рис. 4. Якість парних стосунків за планом зусиль на рис. 3 та різних затримок розпочатку зусиль:
$1 - s_0 = 1/12$ року
(негайно після «медового місяця»),
$2 - s_0 = 3$ роки, $3 - s_0 = 7$ років

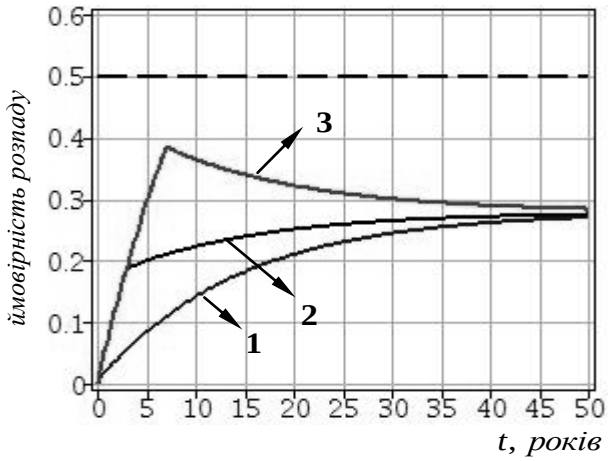

Рис. 5. Ймовірність розпаду парного союзу, який підтримується за планом зусиль рис. 3 з амплітудою не нижче $a = 0.05$ та періодами затримки:
$1 - s_0 = 1/12$ року
(після «медового місяця»),
$2 - s_0 = 3$ роки, $3 - s_0 = 7$ років

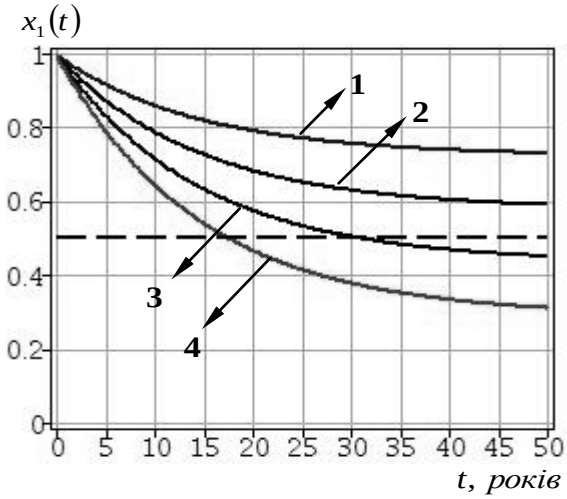

Рис. 6. Якість парного союзу, який підтримується планом зусиль рис. 3 з мінімальним періодом затримки $s_0 = 1/12$, з різними амплітудами зусиль:
1 – $a = 0{,}05$, **2** – $a = 0{,}04$,
3 – $a = 0{,}03$, **4** – $a = 0{,}02$

2.3. План поступового зростання зусиль із виходом на насичення. План зусиль щодо підтримання парного союзу, стратегія яких полягає у поступовому нарощуванню зусиль протягом певного періоду з плавним виходом на насичення в перспективі визначатиметься виразом:

$$c(s) = 1 - e^{(-s_0 \cdot s)}, \qquad (9)$$

де s_0 – час, протягом якого нарощуються зусилля щодо збереження парних відносин аж до виходу на насичення (рис. 7).

Функцію зусиль $ac(s)$ (план зусиль, які плавно зростають) із урахуванням (9) за умови стабільної мінімальної амплітуди прикладання зусиль $a = 0.05$, що показано на рис. 7. Якість парних стосунків у межах зазначених умов:

$$x_2(a, t, s_0) = e^{-0.0693t} - \left(\frac{14.43a}{10^4 s_0 - 693} \right) \cdot \left(10^4 s_0 e^{-0.0693t} - 10^4 s_0 + 693 - 693 e^{-s_0 t} \right) \qquad (10)$$

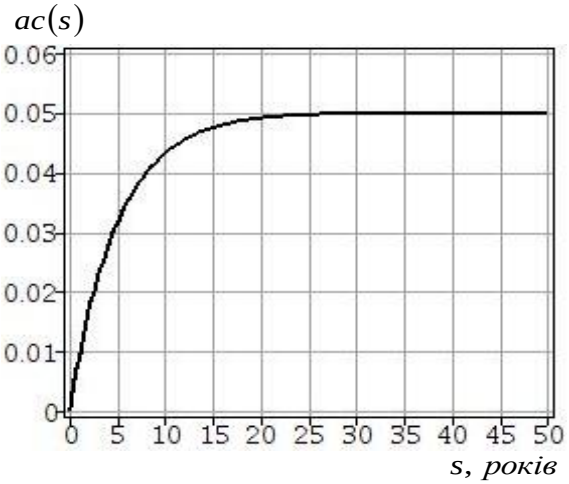

Рис. 7. План зусиль, які плавно зростають до насичення протягом 20 років – $s_0 = 20$ років

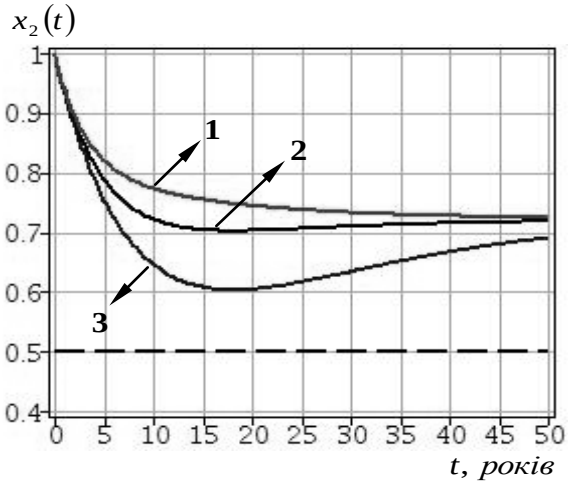

Рис. 8. Якість парного союзу, який підтримується планом зусиль рис. 7 однакової амплітуди, з різними темпами нарощування зусиль: 1 – швидкий $s_0 = 2$ роки, 2 – середній $s_0 = 4$ роки, 3 – повільний $s_0 = 1/3(20)$

Як видно з рис. 8, навіть план із повільним нарощуванням зусиль (крива 3) після проходження певного мінімуму якості союзу гарантує в перспективі його якість на стабільному та прийнятному рівні.

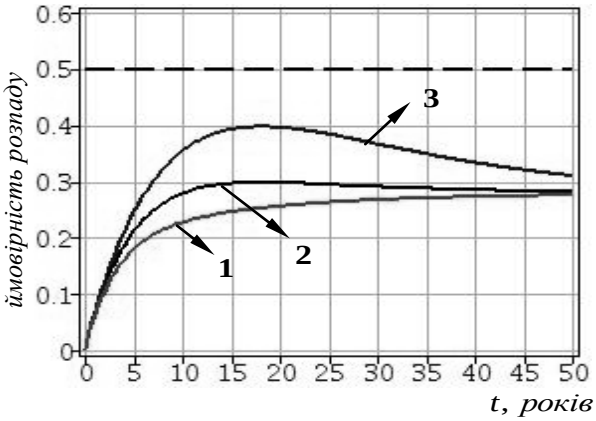

Рис. 9. Ймовірність розпаду парного союзу, який підтримується за планом зусиль рис. 3 з амплітудою не нижче $a = 0.05$ та періодами затримки: 1 – $s_0 = 1/12$ року (після «медового місяця»), 2 – $s_0 = 3$ роки, 3 - $s_0 = 7$ років

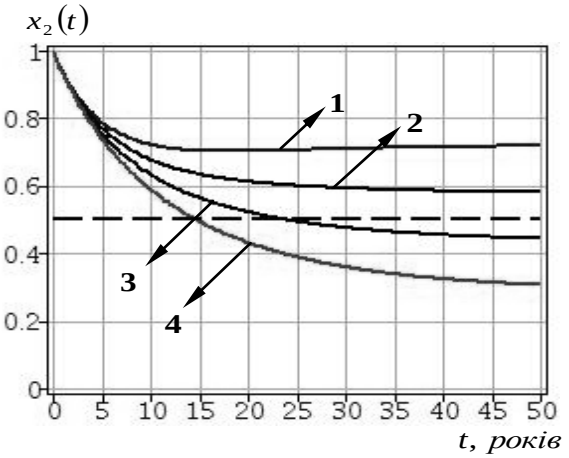

Рис. 10. Якість парного союзу, який підтримується планом зусиль рис. 7 із середнім темпом нарощування зусиль $s_0 = 4$ роки, з різними амплітудами зусиль: **1** – $a = 0.05$, **2** – $a = 0.04$, **3** – $a = 0.03$, **4** – $a = 0.02$

Як і у випадку попереднього плану (рис. 3) зменшення амплітуди зусиль (амплітуди насичення) на кожні 20 % погіршує якість союзу приблизно на 10 %. За малих амплітуд зникає ефект стабілізації якості союзів у перспективі, як видно з порівняння двох верхніх та двох нижніх кривих на рис. 10.

2.4. Імпульсивні плани. Популярний план рятування союзу одним потужним імпульсом, прикладеним у критичний момент. План зусиль у такому випадку зображуватиметься у вигляді єдиного імпульсу, центрованого на момент близький до періоду напіврозпаду $tc \le T$ $(T \approx 10)$, але не надто протяжного в часі:

$$c(s) = e^{\left(-\frac{(s-10)^2}{s_0}\right)}, \qquad (11)$$

де s_0 – характерна ширина (протяжність) імпульсу зусиль.

Амплітуду такого імпульсу є більшою від амплітуд характерних для планів розглянутих вище, як це звичайно спостерігається (наприклад, втричі більшою $a = 0.15$). Функція зусиль $ac(s)$ виглядатиме, як на рис. 11. За таких умов рішення рівняння (4) $x_3(a,t,s_0)$ буде досить складною та громіздкою функцією, наводити яку в тексти статті автори не бачать особливого сенсу. Візуалізація рішення $x_3(a,t,s_0)$ наведена на рис. 12.

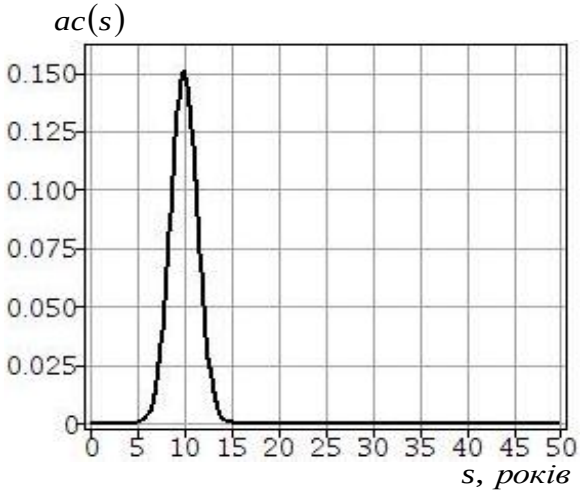

Рис. 11. План зусиль у вигляді потужного, але короткого імпульсу зусиль, прикладених в інтервалі навколо критичного часу – $s_0 = 4$ роки

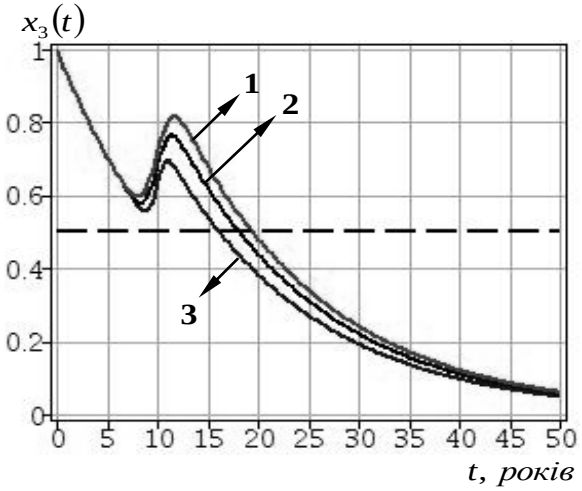

Рис. 12. Якість союзу підтриманого імпульсним зусиллямоднакової амплітуди $a = 0.15$, прикладеним в інтервалах близькому до критичного часу (план рис. 11):
1 – довший $s_0 = 3$ роки,
2 – середній $s_0 = 2$ роки,
3 – короткий $s_0 = 1$ рік.

Як видно з рис. 12, навіть за великої амплітуди імпульсних зусиль вони не гарантують стабільності союзу на довший період. За менших амплітуд та коротшої тривалості імпульсуситуація виглядає ще більш невтішною та безнадійною.

Якщо план буде складатися з серії декількох послідовних імпульсів зусиль (рис. 13):

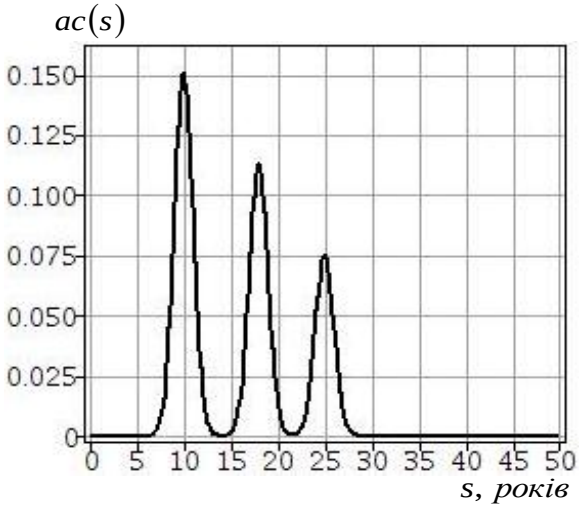

Рис. 13. План зусиль у вигляді серії потужних, але коротких імпульсів зусиль, прикладених у критичні інтервали часу

$$c(s) = e^{\left(-\frac{(s-10)^2}{s_0}\right)} + 0.75e^{\left(-\frac{(s-18)^2}{s_0}\right)} + 0.5e^{\left(-\frac{(s-25)^2}{s_0}\right)}, \quad (12)$$

графічна залежність якості союзу $x_4(a,t,s_0)$ підтриманого серією імпульсних зусиль, прикладених у критичних інтервалах часу (план рис.13) за різної протяжності імпульсів буде виглядати, як на рис. 14 (коротші імпульси, середні та довші імпульси відповідно – нижня, середня та вища криві).

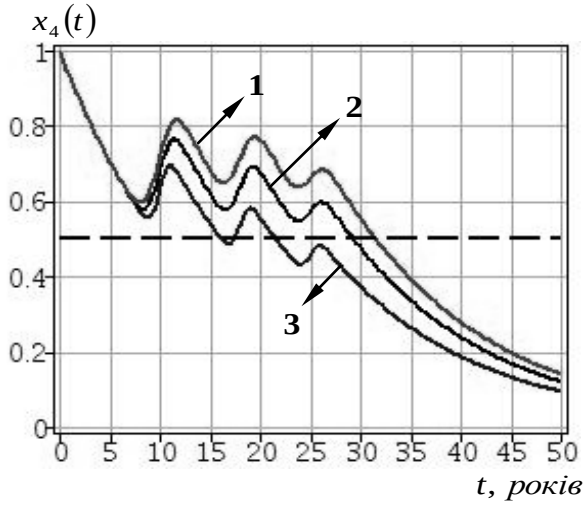

Рис. 14. Якість союзу підтриманого серією імпульсних зусиль з амплітудою $a = 0.15$, прикладених у критичні інтервали часу (план рис. 13):
1 – довший $s_0 = 3$ роки,
2 – середній $s_0 = 2$ роки,
3 – короткий $s_0 = 1$ рік.

Висновки. Виходячи з того, що модель вимагає лише схожості в емоціях, а не в структурі особистостей, поміж двома партнерами, які знаходяться у парних стосунках, можна зробити такі висновки:

1. Очевидною є загальна тенденція послідовного згасання початкових почуттів у пари, запобігання та нейтралізація якої може бути здійснено методами психології емоціональних процесів.

2. Нейтралізація інерції згасання почуттів (фактор оновлення союзу) може бути здійснена роботою (зусиллями) над взаємними стосунками, яка в моделі визначається змінною прикладених зусиль $(c(t) \geq 0)$, і яка вважається безперервною на окремих інтервалах часу. Величина зусиль визначається їхньою амплітудою a. Вибір плану зусиль, тобто конкретного вигляду функції $c(t)$, визначає ту, чи іншу еволюцію почуттів, яка описується рішенням рівняння моделі (1) для функції $x(t)$, тобто визначає контроль над системою. Контролюючою змінною в сценарії теорії оптимального контролю є функція зусиль $(ac(t))$.

3. За повної відсутності прикладання зусиль, диференціальне рівняння моделі (1) передбачає, що функція $x(t)$ постійно згасає, причому тим швидше, чим більшою є константа розпаду r, яка є специфічною характеристикою для кожних парних стосунків (шлюбу), і яка є мірою згасання сили почуттів із часом.

4. У випадку довгострокового парного союзу без прикладання зусиль критичною межею рівня почуттів можна вважати значення $x(t) \leq 0.5$, оскільки, досягнувши такого рівня стосунків, шанси в пари або подружжі розпастися починають перевищувати шанси залишитися разом. Розрив стосунків (шлюбу) в такому випадку – це лише справа часу.

5. У випадку плану стабільних зусиль сталої малої амплітуди, розпочатих із деяким запізненням, план прикладання зусиль здатний стабілізувати парні стосунки на перспективу не нижче деякого рівня, наприклад, 70 % від початкового. Втім такий висновок коректний лише за умов, що план здійснюється без суттєвого запізнення в часі, тобто такого запізнення, яке перевищує середній період напіврозпаду союзу ($T \approx 10$ років), і з певною амплітудою зусиль, вище деякого критичного значення $a = 0.05$. Причому, амплітуда зусиль a по збереженню парного союзу має значення: зменшення амплітуди на 20 % в перспективі знижує якість союзу майже на 15 %. За надто малих амплітуд зникає ефект стабілізації якості союзів у перспективі.

6. Якщо підтримання стосунків здійснюється за планом поступового зростання зусиль із виходом на насичення, навіть план із повільним нарощуванням зусиль після проходження певного мінімуму якості союзу, гарантує в перспективі його якість на стабільному та прийнятному рівні. Зменшення амплітуди зусиль (амплітуди насичення) на кожні 20 % погіршує якість союзу приблизно на 10%. За малих амплітуд зникає ефект стабілізації якості союзів в перспективі.

У випадку імпульсивних планів прикладання зусиль, амплітуда такого імпульсу повинна бути помітно більшою від амплітуд, характерних для решти розглянутих планів. Втім, навіть за відносно великих амплітуд імпульсних зусиль вони не гарантують стабільності союзу на довший період.

ЛІТЕРАТУРА

1. Rey J-M. A Mathematical Model of Sentimental Dynamics Accounting for Marital Dissolution // PLoS ONE 5(3), 2010: e9881 (An interactive open-access journal for the communication of all peer-reviewed scientific and medical research). Available online at the electronic address : http://www.plosone.org/article/info:doi/10.1371/journal.pone.0009881
2. Myers D. G. Close Relationships and Quality of Life. In: Kahneman D., Diener D., Schwarz N., editors. Well-being: The Foundation of Hedonic Psychology. Russell Sage Foundation. – NewYork. – 1999.
3. Berscheid E. Interpersonal Attraction. In: Lindzet G., Aronson E., editors. The Hand book of Social Psychology. NewYork : RandomHouse. – 1985.
4. Easterlin R. A. Explaining Happiness. Proc Natl Acad Sci USA 100 (19): 11176–11183 (2003).
5. Freedman J. Happy People / J. Freedman. – New York : Harcourt Brace Jovanovich, 1978.
6. Fisher H. Why we love? The Nature and Chemistry of Romantic Love. Henry Holtand Company / H. Fisher. – NewYork, 2005.
7. Becker G. A treatise on the Family / G. Becker. – Cambridge : Harvard University Press, 1981.
8. Ruggles S. The Rise of Divorce and Separation in the United States. Demography 34 : 455–466 (1997).
9. Stevenson B., Wolfers J. Marriage and Divorce: Changes and their Driving Forces. Journal of Economic Perspectives 21(2): 27–52 (2007).
10. Gottman J. M., Murray J. D., Swanson C. C., Tyson R., Swanson K. R. The Mathematics of Marriage–Dynamic Nonlinear Models. The M. I. T. Press, 2002.
11. Strogatz S. H. Love affairs and differential equations. Mathematics Magazine 61: 35. Find this article online (1998).
12. Buston P. M., Emlen S. T. Cognitive Processes Underlying Human Mate Choice: the Relationship between Self-Perception and Mate Preference in Western Society. Proc Natl Acad Sci USA 100(15): 8805–8810 (2003).
13. Whyte M. K. Dating, Mating, and Marriage. DeGruyter, NY (1990).
14. Martin T. C., Bumpass L. L. Recent Trends in Marital Disruption. Demography 26: 37–51. Find this article online (1989).
15. Kreider R. M., Fields J. M. Number, Timing and Duration of Marriages and Divorces: 1996. Current Population Reports, U. S. Census Bureau, Washington D. C., February 2002. (2002).
16. IFP Report on the Evolution of the Family in EU27. Institute for Family Policy (available at http://www.ipfe.org/.) (2008).
17. Bramlett M. D., Mosher W. D. Cohabitation, Marriage, Divorce, and Remarriage in the United States. National Center for Health Statistics, Vital Health Stat 23(22): (2002).
18. Pettijohn T. F. II, Pettijohn T. F. Perceived Happiness of College Students Measured by Maslow's Hierarchy of Needs. Psychological Reports 79: 759–62 (1996).
19. Sweet J. A., Bumpass L. L. The National Survey of Families and Households – Waves 1,2, and 3: Data Description and Documentation. Center for Demography and Ecology. University of Wisconsin-Madison. (available at http://www.ssc.wisc.edu/nsfh/home.htm) (2002).
20. Gigy L., Kelly J. B. Reason for Divorce: Perspectives of Divorcing Men and Women. Journal of Divorce and Remarriage 18: 169–87 (1992).
21. Coombs R. H. Marital Status and Personal Well-Being: a Literature Review. Family Relations 40(1): 97–102 (1991).
22. Stutzer A., Frey B. S. Does Marriage Make People Happy, or Do Happy People Get Married? Journal of Socio-Economics 35: 326–347 (2006).

23. Zimmermann A. C., Easterlin R. A. Happily Ever After? Cohabitation, Marriage, Divorce, and Happiness in Germany. Population and Development Review 32(3): 511–528 (2006).
24. Byrne D. The Attraction Paradigm, Academic Press (1971).
25. Rushton J. P. Genetic Similarity, Human Altruism, and Group Selection. Behavioral and Brain Sciences 12: 503–559 (1989).
26. Gonzaga G. C., Campos B., Bradbury T. Similarity, Convergence, and Relationship Satisfaction in Dating and Married Couples. Journal of Personality and Social Psychology 97(1): 34–48 (2007).
27. Jacobson N. S., Margolin G. Marital Therapy. Mazel. New York (1979).
28. Beck A. T. Love is Never Enough. Harper and Row. New York (1988).
29. Whilton S., Stanley S., Markman H. Sacrifice in Romantic Relationships: An Exploration of Relevant Research and Theory. In: Vangelisti A. L., Reis H. T., editors. Stability and Change in Relationships: Advances in Personal Relationships (pp. 156–181). New York: Cambridge University Press (2002).
30. Seierstad A., Sydsæter K. Optimal Control Theory with Economic Applications. 2nd reprint. North-Holland (1999).
31. Impett E. A., Gable S. L., Peplau L. A. Giving Up and Giving In: The Cost and Benefits of Daily Sacrifice in Intimate Relationship. Journal of Personality and Social Psychology 89(3): 327–344 (2005).

Рецензенти: ***Сирота О. А.,*** к.т.н., доцент;
Казарезов А. Я. , д.т.н., професор.

© Чуйко Г. П., Дворник О. В.,
Алімова М. Ф., 2012

Дата надходження статті до редколегії 20.11.2012 р.

ЧУЙКО Геннадій Петрович – д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри медичних приладів і систем, Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна.
***Коло наукових інтересів*:** теоретична фізика, математичне моделювання, інформаційні технології в медичному приладобудуванні.

ДВОРНИК Ольга Василівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри медичних приладів і систем Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна.
***Коло наукових інтересів*:** математичне моделювання, системи комп'ютерної математики.

АЛІМОВА Маргарита Федорівна – студентка магістратури кафедри медичних приладів і систем Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна.
***Коло наукових інтересів*:** математичне моделювання, системи комп'ютерної математики.

.