

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПАКЕТЕ LTSPICE/SWCAD

*Описывается LTspice/SwCad модель ультразвукового пьезоэлектрического излучателя и акустической среды. Эта модель позволяет выполнять одновременное моделирование электрических и акустических характеристик сложной пьезоэлектрической системы с акустической нагрузкой. Такая модель полезна при исследовании условий акустического и электрического согласования, и оптимизации построения усилителя мощности акустической системы.*

**Ключевые слова:** LTspice, SwCad, пьезоэлемент, пьезоизлучатель, пьезорезонатор, электрический резонанс, механический резонанс, согласование, моделирование.

*Дається опис LTspice/SwCad моделі ультразвукового п'єзоелектричного випромінювача та акустичного середовища. Ця модель дозволяє виконувати одночасне моделювання електричних та акустичних характеристик складної п'єзоелектричної системи з акустичним навантаженням. Така модель корисна у дослідженнях умов акустичного і електричного узгодження, та оптимізації будови підсилювача потужності акустичної системи.*

**Ключові слова:** LTspice, SwCad, п'єзоелемент, п'єзовипромінювач, п'єзорезонатор, електричний резонанс, механічний резонанс, узгодження, моделювання.

*The LTspice/SwCad model for an ultrasonic piezoelectric transducer and acoustic medium is described. This model allows the simultaneous evaluation of the electric and acoustic characteristics of a complex piezoelectric system with an acoustic load. This model is very useful for the investigation of the acoustic and electric coupling. It also helps to optimize the transducer's power amplifier for best acoustic effectiveness.*

**Key words:** LTspice, SwCad, piezoelectric transducer, electric resonance, acoustic medium, acoustic resonance, acoustic and electric coupling, simulation.

**Постановка задачи.** Приемники и передатчики акустических сигналов на основе пьезоэлектриков широко используются в современных медицинских и технических устройствах использующих ультразвук. В том числе, в ультразвуковой интроскопии (УЗИ), УЗ-терапии, для ультразвуковой очистки и активации. С точки зрения электрических характеристик, пьезоэлектрический активный элемент является достаточно сложной нагрузкой для выходного каскада электронного усилителя. Пьезоэлемент имеет сложную зависимость импеданса от частоты с резонансами на частотах механического и электрического резонансов системы. Сочетание высокого входного сопротивления и резонансных свойств, предъявляет особые требования к высоковольтному выходному каскаду усилителя мощности.

Для моделирования работы выходного каскада электронного усилителя мощности излучателя, и входного усилителя приемника акустического сигнала, необходимо иметь адекватную модель пьезоэлемента. Ненагруженный, свободноповешенный пьезоэлемент может быть замещен простой схемой электрического

резонансного контура с емкостями, индуктивностью и сопротивлением. Но такая схема становится непригодной для анализа электрического импеданса нагруженного и закрепленного с одного края элемента. Кроме того, такая простая модель совершенно не пригодна для расчетов явлений в распределенных системах с распространением и отражением акустических сигналов, и возникновения соответствующих резонансных явлений. Не учет явлений механических резонансов в таких системах может привести к грубым просчетам при их проектировании и преждевременному их повреждению.

Поэтому возможность использования адекватной модели электроакустической пьезоэлектрической системы, учитывающей как электрические, так и акустические особенности в едином пакете моделирования электронных схем является весьма актуальной.

Среди пакетов моделирования электронных устройств особую популярность приобрел свободно распространяемый и открытый для расширений пакет LTspice/SwCad, детально рассмотренный в работе [1].

Этот пакет легко преодолевает проблемы с моделированием схем с индуктивными нагрузками, присущие таким популярным коммерческим пакетам как Electronic Workbench и MultiSym. Но в пакете LTspice/SwCad отсутствуют модели пьезоэлектриков и акустической среды. Достаточно удачные SPICE-модели пьезоэлектрических элементов рассматриваются в работах [2-6].

Поэтому возникла задача исследования, выбора, и адаптации имеющихся моделей пьезоэлектриков для LTspice. Кроме того, преследовалась задача максимального упрощения не простой процедуры подготовки параметров для модели электроакустических элементов и акустической среды. Так, чтобы параметры модели автоматически вычислялись по справочным значениям электрофизическим параметрам материалов доступных из обычных физических справочников.

**1. Основные соотношения из акустики и электроакустики.** Наиболее доступное изложение основных положений теории электроакустики приводится в обзорной работе [2]. В основе большинства моделей лежит аналогия между уравнениями и параметрами механической колебательной системы (масса, жесткость) и электрической колебательной системы (индуктивность, емкость). Уравнения этих электромеханических аналогий приведены ниже в виде краткой сводки основных формул, но в несколько иной нотации, более близкой к обозначениям работ [3-6].

При подборе подходящей модели для переноса в пакет LTspice было проанализировано несколько различных моделей рассмотренных в [2]. Некоторые из моделей оказались недостаточно устойчивы при включении в электрическую схему. Наиболее устойчивой и проработанной в деталях оказалась модель, последовательно развиваемая в работах [3-6]. Самая поздняя и наиболее проработанная версия модели изложенная в работе [6], явилась основой для разработки LTspice-модели описываемой в данной работе.

В SPICE-модели пьезоэлемента и акустической среды в работе [6] параметры соответствующих электрических элементов вычисляются путем достаточно громоздких ручных расчетов. Вместе с тем пакет LTspice позволяет значительно облегчить необходимые расчеты, переложив их на сам пакет, оставив пользователю подстановку параметров из доступных и широко распространенных физических справочников. Поиск параметров для модели пьезоэлектриков несколько сложнее в силу их специфики и меньшей распространенности электрофизических и электроакустических справочников. Но достаточно подробный справочник для популярных пьезоэлектриков приводится в приложении обзорной работы [2].

**Исходные данные и соотношения используемые в уравнениях.**

Геометрия акустического элемента:

$l$  – длина (толщина) {m};  $S$  – площадь поперечного сечения {m<sup>2</sup>}.

Механические характеристики среды:

$\rho$  – плотность {kg/m<sup>3</sup>};  $v$  – скорость звука {m/s};  $\alpha$  – коэффициент акустического ослабления {Np/m}.

Электромеханические характеристики пьезоэлектрика:

$\epsilon S$  – диэлектрическая проницаемость при нулевом механическом напряжении {C/Nm<sup>2</sup>};

$e_{33}$  – компонент тензора пьезоэлектрика {C/m<sup>2</sup>}.

**Электроакустические аналогии для линии задержки с поглощением.**

$L = \rho \cdot S$  – погонная индуктивность {H/m}.

$C = \frac{1}{v^2 \cdot \rho \cdot S} = \frac{1}{v^2 \cdot L}$  – погонная емкость {F/m}.

$z = \sqrt{\frac{L}{C}} = v \cdot \rho \cdot S$  – волновое сопротивление {Ω}.

Это сопротивление соответствует акустическому (механическому) импедансу бесконечной среды.

$f_0 = \frac{v}{2 \cdot l}$  – резонансная частота {Hz}.

$Z_0 = 2\pi \cdot f_0 \cdot L = \frac{1}{2\pi \cdot f_0 \cdot C}$  – погонное реактивное

сопротивление {Ω/m} на резонансной частоте.

Это эквивалентно выражениям –

$Z_0 = 2\pi \cdot f_0 \cdot L = 2\pi \cdot \frac{v}{2 \cdot l} \cdot \rho \cdot S = \frac{2\pi \cdot z}{2 \cdot l}$ .

$Q = \frac{Z_0}{R}$  – добротность пьезоэлектрического резонатора.

Предлагается две формы представления погонного сопротивления  $R$  {Ω/m}:

$R = 2 \cdot v \cdot \rho \cdot S \cdot \alpha$  – для обычной акустической среды.

$R = \frac{Z_0}{Q} = \frac{2\pi \cdot f_0 \cdot L}{Q}$  – для пьезоэлектрического резонатора.

Для большинства вязких жидкостей (например воды) ослабление можно рассчитать по зависимости –

$$\alpha = \frac{2 \cdot (2\pi \cdot f)^2}{3 \cdot \rho \cdot v^3} \cdot \eta.$$

Здесь  $\eta$  – коэффициент вязкости;  $f$  – рабочая частота.

В дополнение к этим соотношениям нам потребуются некоторые соотношения для модели пьезоэлектрического резонатора по модели Leach [5]:

$C_0 = \frac{\epsilon S \cdot S}{l}$  – параллельная емкость пьезоэлектрического резонатора {F}. Это обычная статическая емкость пьезорезонатора.

$h1 = \frac{e_{33}}{\epsilon S}$  – связь электрического тока и механического напряжения в пьезоэлектрике.

$h2 = h1 \cdot C_0$  – связь напряжения и тока в пьезоэлектрике.

Следует отметить, что имеется три основных и, к сожалению различных, определения для акустического импеданса:

Удельный акустический импеданс  $Z_1 = \frac{T}{u}$ .

Здесь  $T$ -механическое напряжение – давление деформации;  $u$ - скорость смещения частиц материала.

$$\text{Акустический импеданс } Z_a = \frac{Z_1}{S} \cdot Z_a = \frac{T}{u \cdot S}.$$

Используется для описания колебаний в трубах переменного сечения. Здесь  $u \cdot S = \frac{dV}{dt}$  – объемная колебательная скорость,  $S$ -площадь поперечного сечения,  $V$ -объем деформации.

$$\text{Механический импеданс } Z_m = Z_1 \cdot S = Z_a \cdot S^2.$$

$$Z_m = \frac{T \cdot S}{u} = \frac{F}{u}.$$

В модели пьезоэлектрического элемента [6] для импеданса используется следующее выражение  $Z = \rho \cdot c \cdot S$ . Как видим, это механический импеданс. Соответственно, напряжению в акустической ветви модели соответствует сила, а току скорость смещения частиц материала. Силы между соседними племенами (напряжения на соседних элементах) и токи (скорости смещения и сами смещения) одинаковы. Это соответствует абсолютно жестким механическим связям между отдельными элементами акустической системы. Иллюстрация соответствующих механических связей для трехслойной среды приведена на рис. 1.

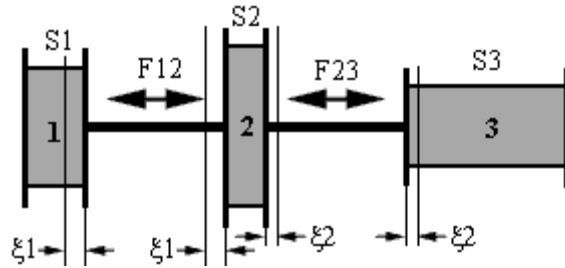


Рис. 1. Схема механических связей между элементами

2.1. Модель пьезоэлемента – PiezoElement

	<b>PiezoElement.asy</b> – модель пьезоэлектрического резонатора с электрическими и акустическими (b, f) терминалами.
	<b>SubstFin.asy</b> – модель ограниченной по толщине акустической среды с некоторым характерным поглощением и резонансными свойствами.
	<b>SubstInf.asy</b> – модель неограниченной по толщине акустической среды с некоторым характерным импедансом.

2. Описание моделей пьезоэлемента и акустических сред

На основе приведенных выше соотношений было разработано три базовые модели LTspice-элементов:

LTspice-модель пьезоэлектрического излучателя построена на базе адаптированной и слегка изме-

ненной SPICE-модели, описанной J.Deventer в работе [6]. Эта модель состоит из следующих элементов: LTRA-Lossy Transmission Line – линия задержки с поглощением; зависимые источники тока и напряжения; несколько вспомогательных элементов.

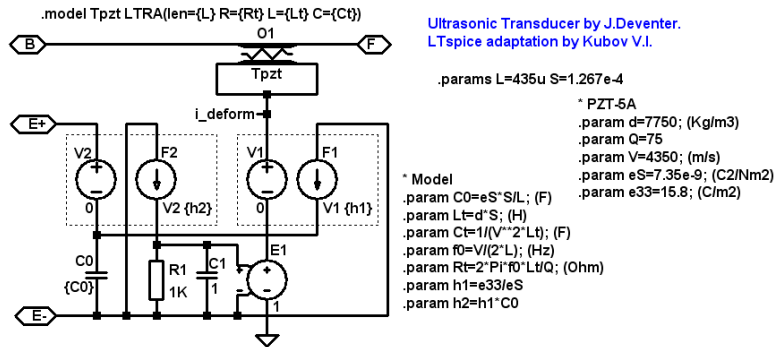


Рис. 2. Схема модели пьезоэлемента PiezoElement.asc

Эта модель имеет электрические терминалы «E+», «E-» для включения в электрическую цепь схемы и

акустические терминалы «b»-back -заднее направление, «f»-forward –переднее направление.

Модель описывается тремя наборами параметров: формульные соотношения; параметры материала пьезоэлектрика; геометрия излучателя.

Параметры материала и геометрические размеры излучателя могут быть изменены указанием их новых значений на главной схеме, использующей этот элемент.

Формульные соотношения	Параметры материала
<pre>.model Tpztl LTRA(len={L} R={Rt} L={Lt} C={Ct}) * Model .param C0=eS*S/L; (F) .param Lt=d*S; (H/m) .param Ct=1/(V**2*Lt); (F/m) .param f0=V/(2*L); (Hz) .param Rt=2*Pi*f0*Lt/Q; (Ohm/m) .param h1=e33/eS .param h2=h1*C0</pre>	<pre>* PZT-5A .param d=7750; (Kg/m3) .param Q=75 .param V=4350; (m/s) .param eS=7.35e-9; (C2/Nm2) .param e33=15.8; (C/m2)</pre>
	<b>Геометрия излучателя</b>
	<pre>.params L=435u S=1.267e-4</pre>

**2.2. Модель ограниченной по толщине среды – SubstFin**

Модель ограниченной по толщине акустической среды с определенным поглощением и резонансными свойствами построена на единственном элементе –

линии задержки с поглощением – LTRA-Lossy Transmission Line. Эта модель включает в себя расчет поглощения, в том числе и зависящего от частоты, применимого для большинства вязких жидкостей, и в частности, для воды.

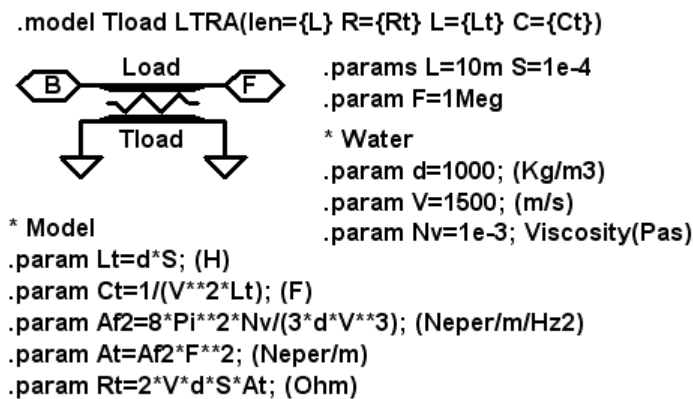


Рис. 3. Схема модели ограничено по толщине среды SubstFin.asc.

Эта модель имеет только акустические терминалы «b»-back -заднее направление, «f»-forward –переднее направление.

Она задается следующим набором формул и параметров:

Формульные соотношения	Параметры материала
<pre>.model Tload LTRA(len={L} R={Rt} L={Lt} C={Ct}) * Model .param Lt=d*S; (H/m) .param Ct=1/(V**2*Lt); (F/m) .param Af2=8*Pi**2*Nv/(3*d*V**3); (Neper/m/Hz2) .param At=Af2*F**2; (Neper/m) .param Rt=2*V*d*S*At; (Ohm/m)</pre>	<pre>* Water .param d=1000; (Kg/m3) .param V=1500; (m/s) .param Nv=1e-3; Viscosity(Pas)</pre>
	<b>Геометрия среды</b>
	<pre>.params L=10m S=1e-4</pre>
	<b>Рабочая частота</b>
	<pre>.param F=1Meg</pre>

Параметры поглощения в формулах могут быть переопределены значениями взятыми непосредственно из справочника. Это может быть полезно, когда параметры частотной зависимости поглощения

неизвестны. Например, задание численного значения поглощения At в качестве параметра элемента на схеме подавляет вычисление его частотной зависимости в модели.

2.3. Модель неограниченной по толщине среды SubstInf

Модель неограниченной по толщине акустической среды состоит из единственного сопротивления с расчетным значением импеданса.

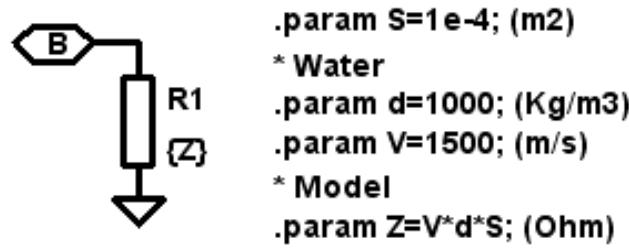


Рис.4. Модель неограниченной по толщине среды SubcbstInf.asc.

Формульные соотношения	Параметры материала
* Model .param Z=V*d*S; (Ohm)	* Water .param d=1000; (Kg/m3) .param V=1500; (m/s)
	Геометрия среды
	.params S=1e-4; (m2)

Эта модель имеет единственный акустический терминал и задается следующим набором формул и параметров:

3. Примеры схем. Описанные выше элементы позволяют реализовать ряд электрических схем с пьезоэлементами, помещенными в некоторое акусти-

ческое окружение, и исследовать электрические и акустические характеристики такой электроакустической системы.

3.2. Схема свободного пьезорезонатора

Ниже приведена схема свободного пьезорезонатора с воздушным окружением.

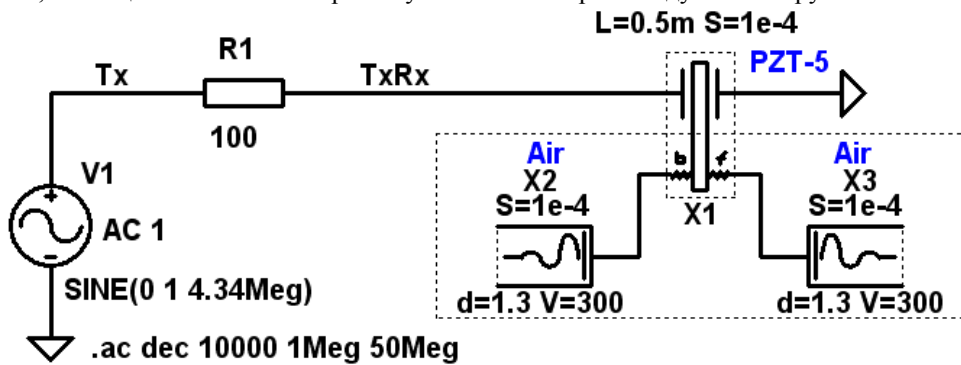


Рис.5. Схема свободного пьезорезонатора с воздушным окружением

На рис. 6. показаны частотные зависимости напряжения и тока резонатора (верхние графики) и

скорости акустической деформации (ток деформации) на поверхности резонатора (нижний график).

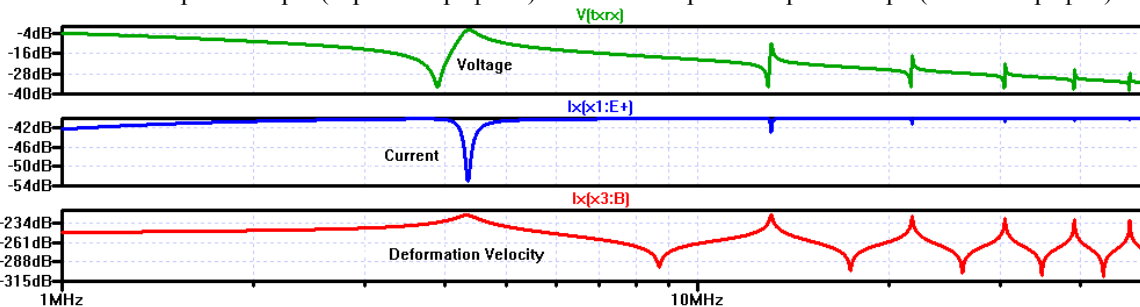


Рис. 6. Частотные зависимости напряжения – Voltage, тока – Current, и скорости деформации – Deformation Velocity, свободного резонатора с воздушным окружением.

В данном случае частоты электрического резонанса напряжения и механического резонанса скорости деформации совпадают, частота первой гармоники 4.34MHz.

Заметим, что в большинстве случаев сопротивление воздуха настолько мало, что его можно исключить, закоротив акустические терминалы элемента на землю.

3.2. Схема импульсной ультразвуковой эхо-системы

На следующем рисунке приведена схема простейшей эхо-системы.

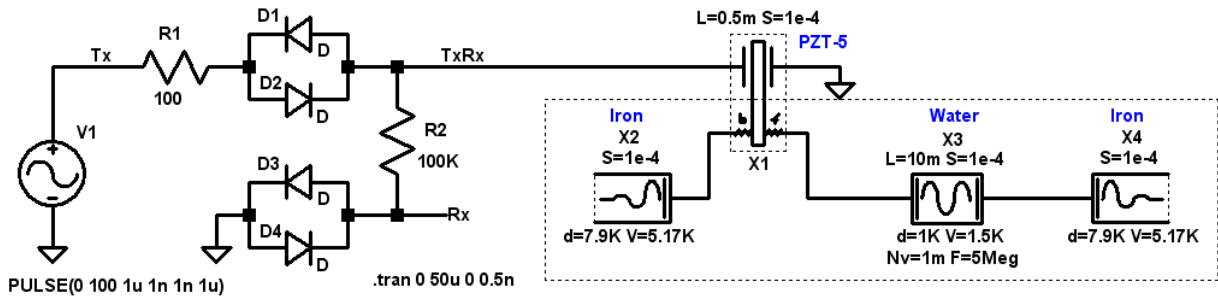


Рис.7. Схема системы для наблюдения акустического эха

Левая часть схемы состоит из импульсного генератора и диодных ограничителей. Правая часть представляет акустический тракт с пьезоэлектрическим приемопередатчиком (материал PZT-5A). Акустический тракт состоит из двух бесконечно толстых слоев железа X2, X4; тела приемопередатчика X1, толщиной L=0.5mm; и слоя воды X3 L=10mm. Площади поперечного сечения всех элементов одинаковы – 1cm<sup>2</sup> (S=1e-4m<sup>2</sup>). Параметры V под элементами X2, X3, X4 определяют скорость звука, а параметр d – плотность. Параметры

акустических элементов: вода V=1500m/s, d=1000kg/m<sup>3</sup>; железо V=5170m/s, d=7900kg/m<sup>3</sup>.

Результаты расчетов эха в такой многослойной системе показаны на рис.8. На верхних графиках показаны напряжения импульсов излучения и эха в контрольных точках электрического тракта системы Tx-излучение, TxRx-приемо-передача, и Rx-прием. Скорость механической деформации (Ix-ток деформации) в воде вблизи металлической стенки показана на нижнем графике.

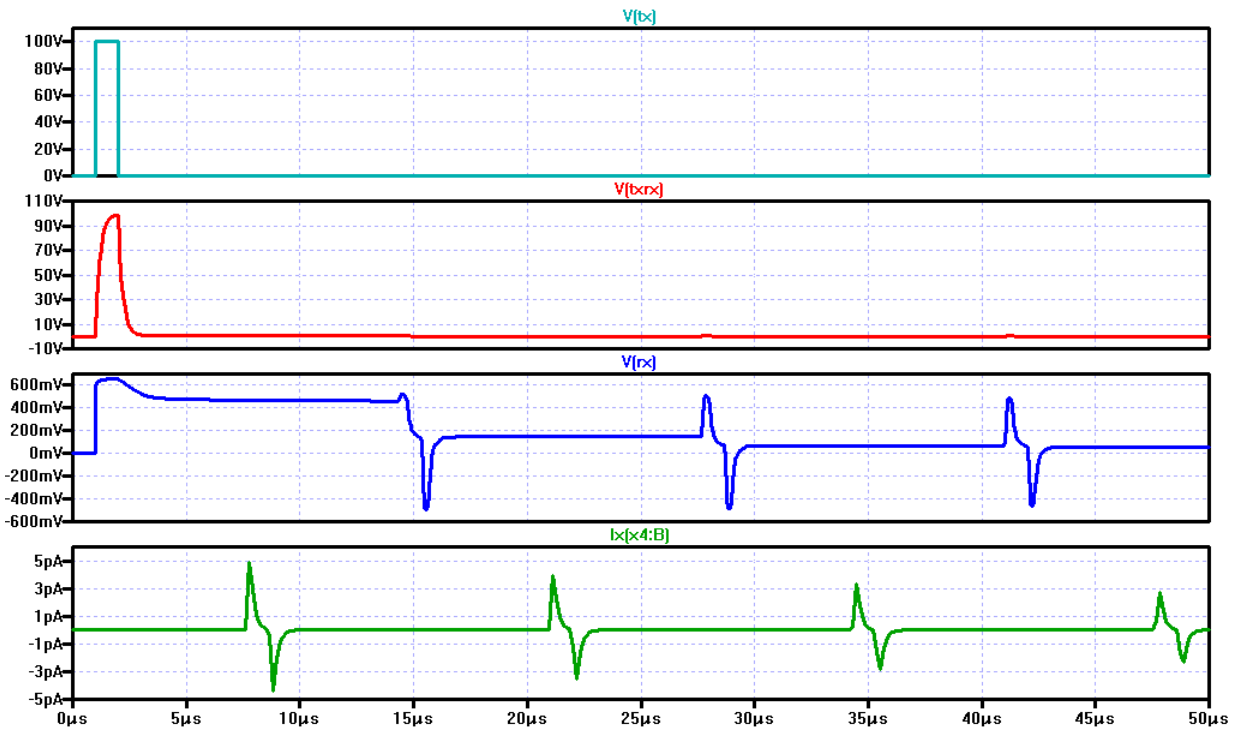


Рис. 8. Импульсы эха в многослойной системе.

На графиках отчетливо наблюдаются импульсы эха, соответствующие задержке распространения в воде. Удвоенному слою воды толщиной 10mm соответствует задержка 13.3μs. На графиках заметно и уменьшение амплитуд каждого последующего импульса за счет излучения в железо и поглощения в воде.

Заметим, что данная модель описывает только одномерный случай, т.е. предполагается, что все акустические характеристики системы не меняются в поперечном направлении, а поверхностными явлениями на продольных границах системы можно пренебречь. Вместе с тем, в работе [6], на примере сопоставления результатов моделирования и результатов экспериментальных измерений в многослойной

системе, показано как качественное так и количественное соответствие по задержкам амплитудам и даже форме импульсов. Исследовалась многослойная система: акустически согласованная подложка, пьезоэлектрик, оргстекло, вода, железо. Это свидетельствует о возможности применения такой одномерной модели в ряде случаев представляющих практический интерес с точки зрения диагностики свойств материалов.

**Основные результаты и выводы:**

1. В результате выполненной работы были разработаны следующие одномерные модели для пакета LTspice:

1. **Пьезоэлемент с электрическими и акустическими терминалами.** Замещается линией задержки с затуханием, и согласованной системой генераторов токов и напряжений. Параметры элемента определяются материалом пьезоэлектрика: диэлектрической проницаемостью, удельной плотностью и коэффициентами тензора деформаций; и геометрическими размерами: толщиной и площадью поверхности.

2. **Акустическая нагрузка неограниченной протяженности.** Замещается комплексным сопротивлением. Параметры элемента определяются параметрами среды: удельная плотность, скорость звука; и площадь поперечного сечения взаимодействующей среды.

3. **Акустическая нагрузка конечной толщины.** Замещается линией задержки с затуханием. Параметры элемента определяются параметрами среды: удельная плотность, скорость звука, вязкость либо погонный частотный коэффициент затухания, либо просто коэффициент погонного затухания; и геометрическими размерами: толщиной и площадью поперечного сечения среды.

Все используемые параметры моделей могут быть получены из справочников физических, электрофизических и акустических параметров используемых материалов

2. Даже такая, сильно упрощенная, одномерная модель пьезоэлектрика и акустической системы позволяет правдоподобно описать основные особенности в изменении резонансных свойств нагруженного и ненагруженного пьезоэлемента.

3. Разработанная модель вполне адекватно воспроизводит экспериментальную картину ультразвуковых эхо сигналов в многослойных акустических системах.

4. Совокупность отмеченных качеств модели позволяет рекомендовать ее для моделирования электронных схем с акустическими и пьезоэлектрическими элементами.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Кубов В. И. Исследование схем импульсных источников питания в SwCAD/Ltspice / В. И. Кубов. – К. : МК-Пресс ; СПб. : КОРОНА-ВЕК, 2010. – 208 с.
2. Кайно Г. Акустические волны: Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. – М. : Мир, 1990. – 606 с.
3. Schwarz R. Digital computer simulation of a piezoelectric thickness vibrator // J. Acoustical Soc. Am. – Vol. 62. – № 2. – 1977. – P. 463–467.
4. Hutchens C. G. and Morris S. A. A three port model for thickness mode transducers using SPICE II // IEEE Ultrasonics Symposium. – 1984. – P. 897–902.
5. Leach W. M., Jr. Controlled-source analogous circuits and SPICE models for piezoelectric transducers // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr. – 1984. – V. 41. – P. 60–66.
6. Deventer, C. J. van. Modeling an Ultrasonic Transducer with SPICE // Doctoral thesis. Material Investigations and Simulation Tools Towards a Design Strategy for an Ultrasonic Densitometer. Paper C. <http://publ.luth.se/1402-1544/2001/31/LTU-DT-0131-SE.pdf>.

Рецензенты: д.т.н., проф. Кутковецкий В. Я.,  
к.т.н., доц. Сирота О. А.

© Кубов В. И., 2011

Стаття надійшла до редколегії 27.05.2011р.