

## ПОКАЗАТЕЛИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ УПРАВЛЯЕМОСТИ ПОДВОДНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ

*Введены количественные показатели оценки управляемости подводных технических средств (ПТС). Определены условия управляемости: устойчивости на курсе и поворотливости, позволяющие связать количественные показатели оценки управляемости с конструктивными параметрами систем ПТС на стадии перебора вариантов. Получены уравнения инверсии. Продемонстрирован способ использования полученных диаграмм инверсии для определения нижних границ параметров, при которых ПТС управляемо.*

**Ключевые слова:** количественные показатели оценки управляемости, диаграммы инверсии, подводные технические средства.

*Введені кількісні показники оцінки керованості підводних технічних засобів (ПТЗ). Визначені умови керованості, а саме стійкості на курсі та здатності до обертання, що дозволяють пов'язати кількісні показники оцінки керованості з конструктивними показниками систем на стадії перебору варіантів. Отримані рівняння інверсії. Продемонстровано спосіб використання отриманих діаграм інверсії для визначення нижніх границь параметрів для яких ПТЗ керовано.*

**Ключові слова:** кількісні показники оцінки керованості, діаграми інверсії, підводні технічні засоби.

*Quantitative parameters for definition of controllability of underwater marine technology (UMT) are introduced. The conditions of controllability such as stability on the course and maneuverability, allowing to link this quantitative and of structural parameters of the systems under UMT sorting options are discussed. The equations of inversion are formulated. The author demonstrates the method of using the diagrams of inversion to determine the lower bounds on the parameters under which the UMT is controllable.*

**Key words:** quantitative parameters for definition of controllability, diagrams of inversion, underwater marine technology.

В мировой практике выполнения подводных работ, связанных с ликвидацией последствий техногенных аварий, все больше используются роботизированные подводные технические средства (ПТС). Жесткие условия работы последних выдвигают при проектировании особые требования к их мореходным и технологическим качествам, таким как ходкость, управляемость, устойчивость, роботоспособность. Управляемость ПТС является одним из важных свойств определяющим их мореходные качества [1; 2]. В работах [3; 4] излагались методы и подходы к исследованию управляемости спроектированных ПТС. Однако, изложенные подходы позволят рассматривать ПТС как морской подвижный объект, движущийся заданным курсом с неограниченной протяженностью процессов во времени, и применимы для определения управляемости при использовании ПТС как носителя. Кроме того, они излагают методы проверочных расчетов и не указывают способов проведения количественной оценки управляемости и алгоритмов проектирования ПТС с заданной устойчивостью и маневренностью. Как показывает опыт выполнения технологических операций, таких как сборка, сварка, сверление отверстий, выполнение замеров потенциала, крепление захватов троса проводника, отбор проб грунта и подъем черных ящиков с помощью манипуляторов, требует решения задачи создания дополнительных систем, которые регулируют устойчивость ПТС в целом. Проектирование таких систем, как показано в [5],

обеспечивается при наличии эффективных методов комплексного оценивания управляемости, наблюдаемости и идентифицируемости. Несмотря на полученные в [5] общие условия управляемости их применимость в практике проектирования затруднена, поскольку отсутствие временных ограничений процессов привело к только общему условию управляемости – о равенстве ранга матрицы системы уравнений динамики–порядку вектора состояний.

Таким образом, *основная нерешенная проблема* при проектировании ПТС как составного объекта, выполняющего технологические операции при динамическом взаимодействии подводного аппарата как абсолютно твердого тела и других систем, входящих в состав ПТС перемещающихся относительно друг друга в процессе функционирования заключается в создании способов количественного определения показателей управляемости ПТС.

*Цель настоящей статьи* – обосновать и ввести количественные показатели управляемости ПТС как динамической системы и получить уравнения для их оценки в процессе проектирования.

### ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим ПТС, в состав которых входит подводный аппарат, манипуляторы, дополнительные элементы крепления с захватами и навесное технологическое оборудование (рис. 1). Пусть центр масс до начала действия возмущения, вызванного началом работы систем входящих в состав ПТС движется по траектории, которая описывается функцией  $F_u^p(t)$ , тогда после начала действия систем он переместится на  $\Delta F(t)$ , в результате начнет двигаться по новой проектной траектории  $F_n^p(t + \Delta t)$ .

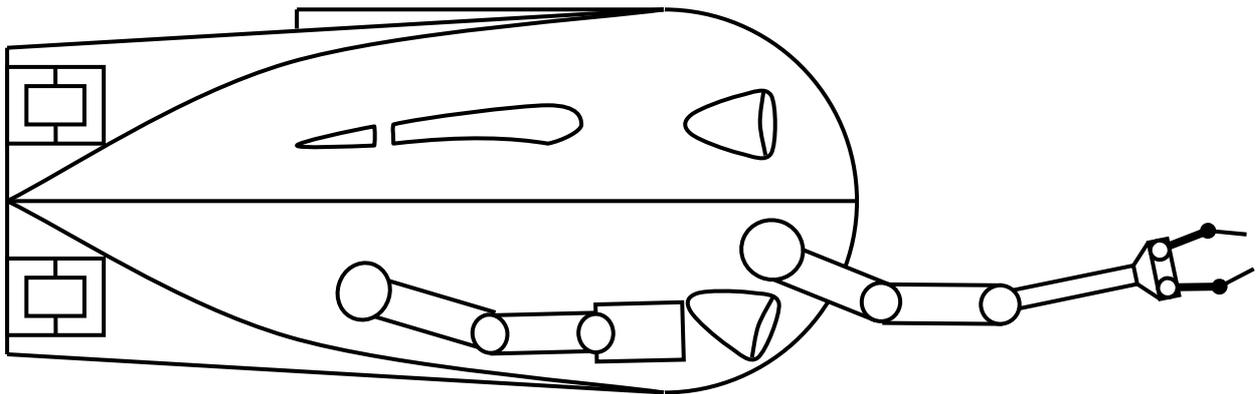


Рис. 1. Конструктивная схема ПТС

Введем в соответствии с [5] вектор функцию отклонения на временном промежутке  $\Delta t$

$$\Delta F(t) = F_n^p(t + \Delta t) - F_u^p(t) = F_n^p(t) - F_u^p(t) + \sum_{k=1}^N \frac{\partial^k F_n^p}{\partial t^k} \cdot \frac{\Delta t^k}{k!}$$

По аналогии может быть определена вектор-функция отклонения радиус-вектора, описывающего фактическое положение центра масс ПТС от проектной траектории:

$$\Delta F(t) = F_\phi^p(t) - F_n^p(t)$$

Как показано в [6-8], пространственное положение ПТС задается положением подводного аппарата (ПА) как абсолютно твердого тела и относительным пространственным положением центра масс элементов его систем относительно корпуса ПА.

Тогда ПТС состоящая из  $m$  – механических перемещающихся элементов будет описываться  $l$  – компонентным вектором состояний, определяемым в свою очередь шести компонентными векторами состояний

$$l = n(1 + m) = 6(1 + m).$$

Пусть  $Y_\phi^p(t)$ ,  $Y_n^p(t)$  –  $l$  – компонентные вектора-функции фактических и проектных состояний ПТС. Введем  $l$  – компонентную вектор-функцию отклонения:

$$\Psi^p(t) = Y_\phi^p(t) - Y_n^p(t). \quad (1)$$

Для вновь введенных категорий, характеризующих движение ПТС, существующие определения управляемости, устойчивости, поворотливости [2] целесообразно переопределить.

Определение 1. ПТС абсолютно устойчива в движении, если при внешних силовых воздействиях, вектор функция отклонения есть нулевой вектор.

Определение 2. ПТС устойчива на курсе в данный момент времени, если при не нулевых значениях внешних силовых воздействий вектор функция отклонения асимптотично стремится к нулевому вектору, при этом вектор угловых скоростей также нуль-вектор.

Определение 3. ПТС поворотлива, если при заданных управляющих воздействиях она поворачивается целенаправленным образом в соответствии с направлением управляющего воздействия, при этом вектора угловых перемещений и силовых воздействий совпадают по направлению.

Тогда управляемость, а именно такие ее свойства как устойчивость, устойчивость на курсе и поворотливость будут удовлетворять двум условиям необходимому и достаточному. Обозначив  $\Delta t$  интервал времени, отсчитанный от момента начала действия обобщенного вектора силового воздействия с компонентами  $R_{ij}$ , а время переходного процесса  $T_y$  сформулируем необходимое и достаточное условие для свойств ПТС.

Устойчивость на курсе.

Необходимое условие устойчивости на курсе запишется:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \Psi^p(t) \equiv 0 \quad (2)$$

Достаточное условие устойчивости:

$$\forall \Delta t \in [T_y, \infty], \Psi^p(t) = 0 \quad (3)$$

Поворотливость.

Необходимое условие поворотливости.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \Psi_{i,j}^p(t) \equiv 0; \quad i = \overline{1,3} \quad j = \overline{1,m+1}; \quad (4)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Psi_{ij}^p(t)}{R_{ij}(t)} \neq 0; \quad i = \overline{4,6}; \quad j = \overline{1,m+1}.$$

Достаточное условие поворотливости.

$$\forall \Delta t \in [T_y, \infty]; \Psi_{i,j}^p(t) \equiv 0; \quad i = \overline{1,3}; \quad j = \overline{1,m+1}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Psi_{ij}^p(t)}{\partial R_{ij}(t)} \right) = 0; \quad i = \overline{4,6}; \quad j = \overline{1,m+1}. \quad (5)$$

Таким образом, исходя из введенных определений к числу количественных показателей, могут быть отнесены следующие величины-матрицы: – времен перехода; максимальной скорости перехода; максимальных реакций на силовое воздействие. Элементы матрицы времен перехода определяют время необходимое на соответствующие переходы от исходного закона движения центра масс ПТС для соответствующих обобщенных координат, а также от исходного закона изменения пространственного углового положения для ПА и элементов его систем до проектных законов движения т. е. матрица размерности  $6(m+1)$ . Например, матрица времен перехода:

$$[T_{yij}] = \begin{bmatrix} t_{y11} & t_{yij} & t_{y1m+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{yi1} & t_{yij} & t_{yim+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{y61} & t_{y6j} & t_{y6m+1} \end{bmatrix}.$$

Матрица максимальной скорости перехода имеет аналогичную размерность.

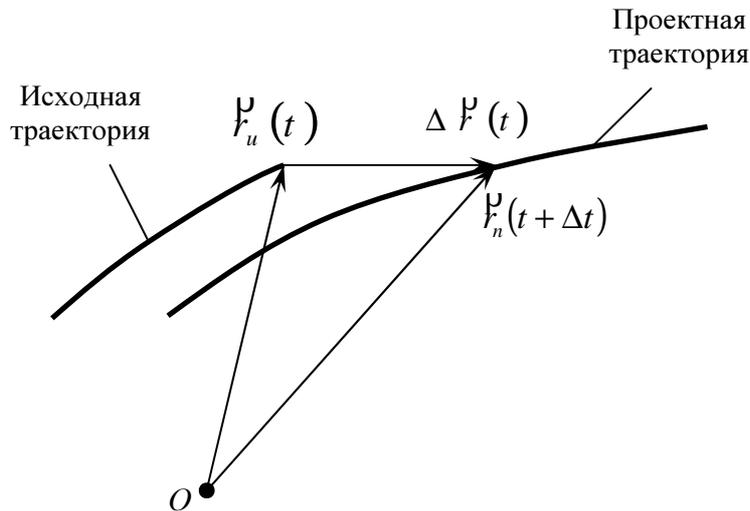


Рис. 2. Схема движения центра масс ПТС

Матрица максимальных реакций на силовые воздействия для простоты имеет аналогичную размерность, однако ее элементы, определяющие линейное перемещение, имеют нулевые значения.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ УСИЛИЙ И МОМЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ЗАДАННЫЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ УПРАВЛЯЕМОСТИ**

Рассмотрим ПТС, которое движется и одновременно выполняет технологические операции (рис.1.). В соответствии с [6] уравнение движения в связанной системе координат запишется в матричной форме:

$$[I] \ddot{Y} = [A][I] - [A'] \dot{Y} - [k]Y - [C]Y + [R_x] + [R_y], \tag{6}$$

где  $[I]$ ,  $[A']$  – обобщенная матрица инерции и ее производная по времени, учитывающая присоединенные массы,  $[A]$  – матрица скоростей [6],  $[R_x]$ ,  $[R_y]$  – вектора обобщенных сил, создаваемых движителями и управляющими системами,  $[k]$  – вектор коэффициентов, восстанавливающих сил и моментов,  $[C]$  – диагональная матрица элементы которой вычисляются по плотности воды  $\rho$ , по площади проекции ПТС на плоскость перпендикулярную  $i$ -ой оси  $S_i$  для  $i \in \overline{3}$  и по максимальной площади проекции ПТС на плоскость проходящую через  $i$ -тую ось для  $i = \overline{4,6}$ , при этом  $C_i$  – коэффициенты сопротивлений сил и моментов сил:

$$\begin{cases} C_{ij} = \frac{\rho C_i S_i}{2}, \quad \forall i = j \\ C_{ij} = 0; \quad \forall i \neq j; \quad i = \overline{1,6}; \quad j = \overline{1,6}; \end{cases}.$$

В соответствии с введенным обозначением (1), учитывая результаты работы [5], уравнение движения ПТС приведет к системе второго порядка:

$$\begin{cases} \dot{\psi}_1 = f_1 \\ \dot{\psi}_2 = f_2 \end{cases}, \quad (7)$$

где обозначено вектор-функции:

$$f_1 = \Psi_2$$

$$f_2 = ([A] + [I]^{-1} [R]) \dot{\psi}_1 + I^{-1} \{ [\Delta R_T] + [\Delta R_Y] - [k] [\Psi_1] - ([k] + \dot{\psi}_1) [C] [\dot{\psi}_1] - \dot{\psi}_1 [C] [k] \} \quad (8)$$

Как показано в [5], ПТС как динамическая система управляема, если ранг вспомогательной матрицы равен порядку системы, а последнее выполняется при условии неортогональности векторов ускорений и скоростей, или при условии  $|\nabla_R f_2| \neq 0$ . Однако, поскольку  $\Psi_1$  убывающая функция, то ее первая производная по времени отрицательная, а в силу того, что модуль вектора  $\Psi_1$  принимает минимальное значение при  $t = T_y$ , то вторая ее производная положительна, а следовательно и  $\dot{\psi}_2 > 0$ , значит производная от вектора  $f_2$  по направлению силового управляющего воздействия положительна. Другими словами ПТС управляемо, если существуют устройства, создающие силовое воздействие, направление которого совпадает или сонаправлено, т. е. не перпендикулярно с направлением вектора  $\dot{\psi}_2$ , а величина его больше возмущения, при котором выполнялось условие:

$$\nabla_R \cdot f_2 = 0. \quad (9)$$

Воспользовавшись методом рекуррентной аппроксимации, разложив выражения градиента, ограничившись тремя членами разложения, получим:

$$[R_{yn}] [R_{yn}] - \left[ \nabla_R^T [f_{2i}^*] + \frac{1}{2} [\Delta R]^T \nabla_R^T (\nabla_R [f_{2i}^*]) [\Delta R] \right]^{-1} \{ [f_3] + [1] \}, \quad (10)$$

$$\text{где } [f_3] = \nabla_R^T \{ [f_{2i}^*] - [R_T] - [R_Y] \},$$

а звездочка означает, что градиент вычислялся и транспонировался в отдельности для каждой  $i$ -той компоненты вектор-функции. Анализ структуры выражения (8) показывает, что факторами, фигурирующими в условии (9) и определяющими его выполнение, являются введенные в соотношениях (2)-(5) величины  $l$  – компонентной вектор-функции отклонения и ее производных.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В соответствии с общепринятым определением ПТС управляема [2; 4], когда она обладает свойством устойчивости и поворотливости. Как следствие этого определения выполняется условие, при котором направление векторов перемещений и силовых воздействий совпадают. Таким образом, производная от левой части (7) по всем компонентам обобщенного вектора силовых воздействий положительна. В связи с этим, по определению 1-3, производная от правой части в случае управляемой системы может быть только положительной в силу равенства (7).

Следует заметить, что из физических соображений следует, что приращение силового воздействия всегда положительно, поэтому вторая производная от вектора правой части (7), т. е. от выражения (8) будет только отрицательной в силу рекуррентного соотношения (10).

Рассматривая в пространстве количественных показателей оценки управляемости состояний  $\frac{\partial \Psi_1}{\partial R}$ ,  $\frac{\partial \Psi_2}{\partial R}$ ,  $\Psi_2$  следует отметить, что условие (9) не выполняется на поверхности, отделяющей два полупространства управляемых и не управляемых множеств состояний ПТС. Назовем ее по аналогии с [4] поверхностью инверсии.

Выбор значений показателей над поверхностью инверсии обеспечивает управляемость ПТС. Для моделирования рассмотрим ПТС, описанное в [7]. На рис. 3 поданы инверсные кривые для различных значений количественных показателей управляемости на курсе. Как следует из рисунка уменьшение массы аппарата, и увеличение упора гребных винтов улучшает

количественные показатели управляемости ПТС, при этом область значений параметров, для которых ПТС неуправляемо, на курсе существенно сокращается.

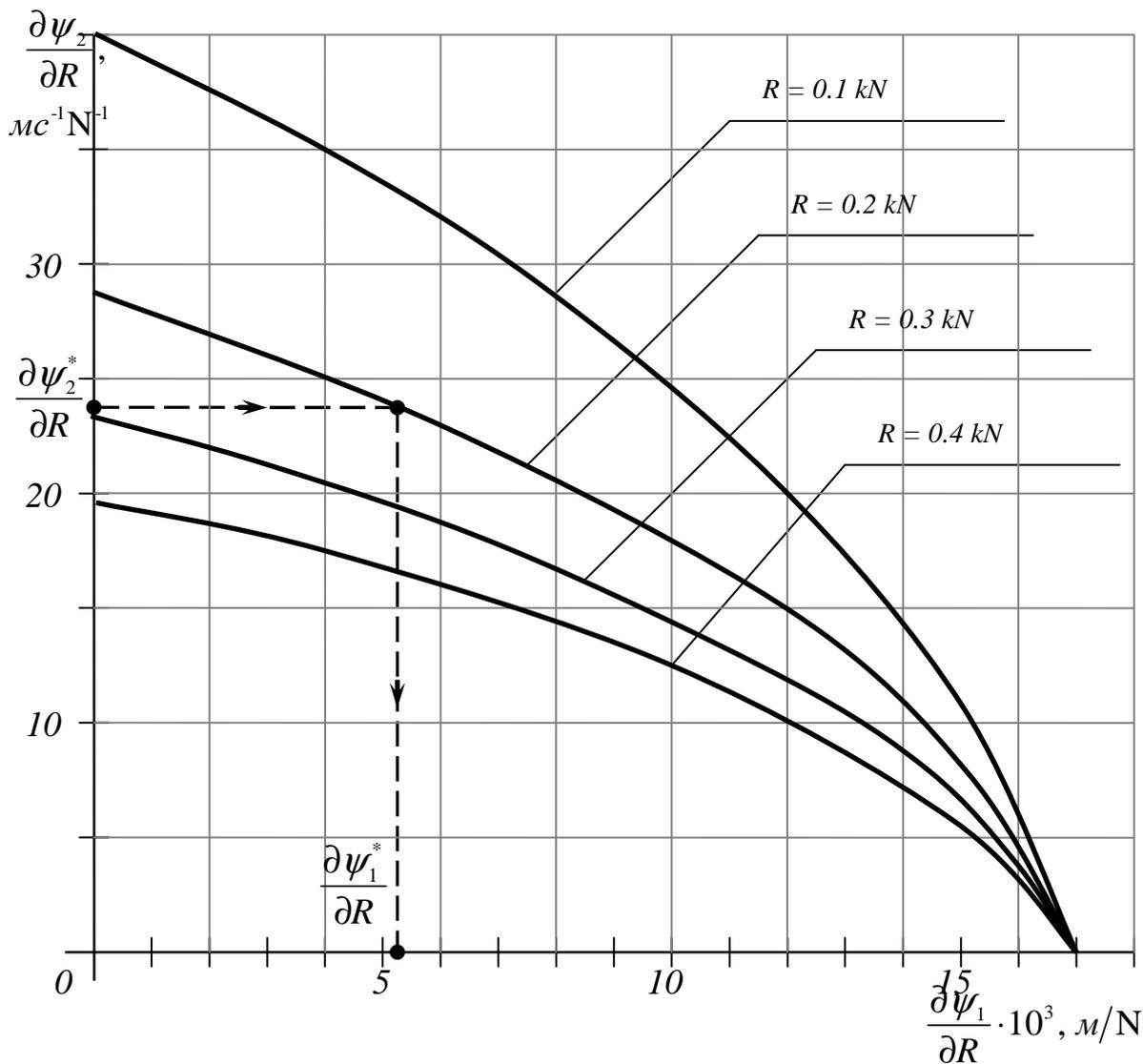


Рис. 3. Кривые инверсии

Рассмотрим пример практического использования заданной диаграммы. Предположим, что выполнены расчеты элементов корпуса, определены скорость хода, масса и коэффициенты присоединенных масс, площадь смоченной поверхности, коэффициенты сопротивления, развиваемый гребными винтами максимальный упор, время выхода на проектный режим. Тогда по заданной скорости и упору найдем:

$$\frac{\partial \psi_2^*}{\partial R} = \frac{v}{R},$$

а далее, используя это значение, по диаграмме рис. 3 находим  $\frac{\partial \psi_1^*}{\partial R}$ , а затем определим требуемую скорость изменения упора, при которой будет обеспечена управляемость ПТС:

$$\left| \frac{\partial R}{\partial r} \right|_{\min} \geq \frac{v}{\frac{\partial \psi_1^*}{\partial R}}.$$

Аналогично могут быть определенными нижние границы скорости изменения модуля вектора момента сил по значениям угловой скорости, при которых обеспечивается управляемость.

Полученное условие положительности и отрицательности первой и второй производной от вектора правой части (7) соответственно вместе с условием однородности (9) образует систему трех уравнений, которые позволяют в соответствии с введенной системой количественных показателей производить выбор величин управляющих воздействий при формировании технических требований на проектирование систем управления ПТС в целом, а также и их отдельных элементов. Однако система не является замкнутой и не позволяет проводить оценку верхней границы величин управляющих воздействий или проводить их определение с учетом требований оптимальности, но она может быть использована при постановке задач оптимизации с ограничениями в качестве системы активных и неактивных ограничений.

### **ВЫВОДЫ**

1. Сформулированные условия устойчивости на курсе, поворотливости, позволяют вместе с условием управляемости ПТС как систем второго порядка, записать соотношения для количественной оценки эффективности систем ПТС на стадии перебора вариантов.

2. Скорость набора заданного упора, скорость изменения курса, при которых обеспечивается управляемость ПТС, имеют нижнюю границу, которая определяется упрощенно, исходя из полученных диаграм, отображающих семейства инверсных кривых.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Блинцов В.С. Привязные подводные системы. – К.: Наукова думка, 1998. – 231 с.
2. Лукомский Ю.А., Чугунов В.С. Системы управления морскими подвижными объектами. – Л.: Изд. Судостроение, 1988. – С. 272.
3. Поддубный В.И., Шамарин Ю.Е., Черненко Д.А., Астахов А.С. Динамика подводных буксируемых систем. – Санкт-Петербург: Судостроение. – 200 с.
4. Слижевский Н.Б. Ходкость и управляемость подводных технических средств: учебное пособие. – Николаев, 1998. – 148 с.
5. Трунов О.М. Керованість, спостережність та ідентифікованість нелінійних систем керування підводними апаратами. Сб. наук. пр. – Миколаїв: НУК. – 2006. – № 5. – С. 133-141.
6. Трунов А.Н. Определение параметров движителей и бортовых приборов измерительного комплекса подводного аппарата мониторинга водной акватории на стадиях предэскизного проектирования // Наукові праці Миколаївського державного гуманітарного університету ім. Петра Могили: Науково-методичний журнал. – Т. 31. – Вип. 18. – Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. Петра Могили, 2004. – С. 163-176.
7. Трунов О.М. Динамика аварийно-спасательного аппарата в условиях регулярного волнения и шквалов. Збірник наукових праць національного університету кораблебудування. – Миколаїв: НУК. – 2007. – № 6 (417). – С. 30-40.
8. Трунов А.Н. Математическая модель подводного аппарата с изменяющейся геометрией корпуса // Наукові праці Миколаївського державного гуманітарного університету ім. Петра Могили: Науково-методичний журнал. – Т. 41. – Вип. 28. – Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. Петра Могили, 2005. – С. 22-31.
9. Ястребов В.С., Гарбуз Е.И., Филатов А.М., Блинцов В.С., Иванишин Б.П., Трунов А.Н., Павлов А.П. Разработка и испытание адаптивного подводного робота. Сб. научных трудов института Океанологии им. П.П. Ширшова АН СССР. – М., 1990. – С. 98-112.

Рецензенти: д.т.н., професор Клименко Л.П.;  
к.т.н., доцент Сирота О.А.

© Трунов А.Н., 2010

Статья поступила в редколлегию 17.05.2010 г.